



# ORYZA

majalah ilmiah universitas mataram

## DAFTAR ISI

<b>I. BIDANG ILMU PERTANIAN</b>	
1. PENGOLAHAN PANCA PANEN ALGA HIJAU YG TUMBUH DI PERAIRAN LAUT LOMBOK MENJADI AGAR2 DGN DUA ETODE EKSTRAKSI oleh Sri Widayati	1
2. DAMPAK EKONOMI DAN PROSPEK PENGEMBANGAN KELAPA DI NTB oleh Hissam Hanafi	9
3. ANALISIS KONSUMSI PANGAN PENDUDUK PROP NTB oleh Ridwan	19
<b>II. BIDANG ILMU PETERNAKAN</b>	
4. SUMBER DAYA GENETIK AYAM BURAS , PROFIL DAN POTENSI PRODUKSI oleh Muhi Hafidz	35
<b>III. BIDANG ILMU TEKNIK</b>	
5. PENURUNGAN JUMLAH PROBABILITAS GANGGUAN AKIBAT SAMBARAN PITER DENGAN MENGGUNAKAN RANAH TANAH oleh Ida Bagus Fery Chitra	51
6. GETARAN TRANVERSAL PADA BAHAN BAJA AISI 1045 AKIBAT VARIASI GAYA TARIK AKSIAL DAN DEMIKIAN HALOK oleh Achmad Zazari	65
7. THE EFFECT OF BLADE SHAPES AND THE BLADE NUMBER OF VERTICAL WIND TURBINE FOR SMALL ELECTRICAL POWER GENERATION oleh Mursyaini	73
8. PENGARUH PANJANG DAN TEBAL PEREKAT SPONGE STEEL FILLER TERHADAP KERUJAN GESER SAMBUNGAN JAP-JUDI BAJA KARBON oleh I. Nurhaspiti, 2. Sugiman, 3. Sofyan Hadi	85
<b>IV. BIDANG ILMU KESEKTERIAN</b>	
9. PENGELOLAAN ANESTESI PADA GAGAL GENITAL AKUT oleh dr. Irawita Kresnadi, M.Si, Med, Sp.Aa	97
<b>V. BIDANG ILMU MEPA</b>	
10. PEMROGRAMAN GEOMETRIK : STRUKTUR OPTIMASI DAN RANAH APLIKASI oleh Syamsudin Bahri	109
11. EFektivitas EKSTRAK DAUN GANDARUSA (Centella asiatica Linn.) TERHADAP SPERMATOGENESIS oleh Masyarip	123
<b>VI. BIDANG ILMU PENDIDIKAN</b>	
12. INDUSTRI OLARAGA, SERAGAI PREDIKSI BISNIS MASA DEPAN oleh Safrudin	133
13. PENURUNAN KABAR DITERJEN DGN FITOKREMESIASI MENGGUNAKAN KOMBINASI SCENO GONDOK ... oleh AJ Sisca, Suyarti wahab	144
14. PEMBELAJARAN MULTIMEDIA BERBANTUAN MODAL PADA MATA PELAJARAN SAINS DI SEKOLAH MENENGAH PERTAMA oleh Hikmatwati	157
<b>VII. BIDANG ILMU HUKUM</b>	
15. KEKUASAAN DAN TANGGUNG JAWAB PRESIDEN MENURUT UUD 1945 oleh Nur Alim Abdillah	169
16. KAJIAN PEMERINTAH PRANATA LOKAL DALAM PENYELENGGARAKAN PEMERINTAH DAERAH (STUDI DI KABUPATEN LOMBOK UTARA) oleh Syamsuddin Jemal	182
<b>VIII. BIDANG ILMU EKONOMI</b>	
17. STUDY EMPIRIK PEDAGANG KHAKI UMA DI KOTA MATARAM oleh L. Audi Permatas dan Lulus Fadlyanti	195
18. PENGETAHUAN ANGGOTA KOPERASI TERHADAP LAPORAN KEUANGAN oleh Sri Asih	212
19. PENGELompokan TIPE STRATEGI INDUSTRI KECIL & MENENGAH BERDASARKAN TIPOLOGI oleh Dwi Putra Bhatta Sakti & Sri Nurmayati	224
20. ANALISIS KINERJA KEUANGAN DAERAH KOTA MATARAM TAHUN 2004-2008 oleh H. Yusuf Hadiswah	246

## **SUSUNAN REDAKSI**

### **Pelindung**

Prof. Ir. H. Sunarpi, Ph.D. (Rektor Universitas Mataram)

### **Pengarah**

Drs. Syahdan, M.Ed., Ph.D (Pembantu Rektor I Unram)

### **Ketua**

Ir. Ahmad Zaini, M.A., Ph.D

### **Sekretaris**

Drs. H. Muhibbah Nasruddin, M.Sc.

### **Anggota**

Prof. Ir. I Made Sudarma, M.Sc., Ph.D  
Agusdin, SE., MBA., DBA  
Dr. Sudirman Willian, M.A.  
Ir. Herman Suheri, M.Sc., Ph.D.  
Akmaluddin, ST, M.Sc ( Eng), Ph.D  
Lalu Parman, SH., MH.  
dr. Ardiana Ekawanti

### **Ketata Usahaan :**

Koordinator  
Darman S., SE.

### **Anggota**

Mustajib, ST  
Drs. I Nyoman Oka S Adiyantha  
Fariati Majnum, S.Sos.

### **Sirkulasi**

Nursam  
M. Zam Zam

SK. Rektor Universitas Mataram  
No. 1761/H.IB/HK/2009 Tanggal 31 Januari 2009

### **Alamat Redaksi :**

Sub. Bagian Sarana Pendidikan Universitas Mataram  
Jalan Majapahit No.62 Telp. (0370) - 63307 - 63 Fax.636041  
Mataram - NTB.

## KATA PENGANTAR

Bersyukur mengucap puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena dengan limpahan karunia dan ijin-Nya majalah ilmiah "ORYZA" Universitas Mataram Volume VIII, Nomor 4 Nopember 2009 dapat hadir kembali dihadapan para pembaca, walaupun penuh dengan berbagai hambatan dan kendala-kendalanya.

Majalah ilmiah "ORYZA" Universitas Mataram kali ini, menyajikan beberapa karya ilmiah dari berbagai kajian ilmu yang berbeda dari dosen Fakultas Pertanian, Peternakan, Teknik, Kedokteran, MPA, FKIP, Hukum, Ekonomi dan Perguruan Tinggi Swasta di NTB.

Dil samping itu majalah ilmiah "ORYZA" Universitas Mataram semakin hari semakin diminati oleh para penulis baik dari kalangan dosen Universitas Mataram maupun dari dosen-dosen di luar Unram seperti PTS-PTS yang berada di Mataram maupun di luar NTB, oleh karena itu, kami akas terus berusaha dan berusaha diri dalam rangka untuk meningkatkan kualitas maupun kuantitas majalah ini, dalam penerbitan-penerbitannya.

Majalah ilmiah "ORYZA" Universitas Mataram dalam penyajian kali ini tidak menutup diri, mungkin masih ada kekurangan, untuk itu mohon para pembaca dapat memberikan saran, kritik yang positif yang bersifat membangun demi kemajuan majalah ilmiah "ORYZA" Universitas Mataram.

Redaksi

## DAFTAR ISI

<b>I. BIDANG ILMU PERTANIAN</b>	
1. PENGOLOHAN PASCA PANEN ALGA HIJAU YG TUMBUH DI PERAIRAN LAUT LAMBIK, MENGADE AGAR2 DGN DUA METODE EKSTRAKSI oleh Sri Wahyuniati	1
2. DAMPAK EKONOMI DAN PROSPEK PENGEMBANGAN KELAPA DI NTB oleh Hermin Hanafi	9
3. ANALISIS KONSUMSI PANGAN PENUDUK PROP. NTB oleh R. d w m	19
<b>II. BIDANG ILMU PETERNAKAN</b>	
4. Sumber Daya Genetik Ayam Jirasas, Profil dan Potensi Produksi oleh Muli Hanif Taqsim	35
<b>III. BIDANG ILMU TEKNIK</b>	
5. PENGURANGAN JUMLAH PROBABILITAS GANGGUAN AKIBAT SAMBARAN PETIR DENGAN MENGGUNAKAN KAWAT TANAH oleh Ida Bagus Ferry Cipta	51
6. GETARAN TRANSVERSAL PADA BALOK BAJA AISI 1045 AKIBAT VARIASI GAYA TARIK AKSEL DAN JUMLAH BALOK oleh Ahmad Zamri	65
7. THE EFFECT OF THE BLADE SHAPES AND THE BLADE NUMBER OF VERTICAL WIND TURBINE FOR SMALL ELECTRICAL POWER GENERATION oleh Mirmastu	73
8. PENGARUH PANJANG DAN TEBAL PERIKAT FIBER STRESE FILLER TERHADAP KERUJUAN GEJEP SAMBUNDAN ZAP JOINT BAJA KARBON oleh <sup>1</sup> Nandayati <sup>2</sup> Sugihara, <sup>2</sup> Sofyan Hadi	85
<b>IV. BIDANG ILMU KESEHATAN</b>	
9. PENGELOLAAN ANESTESI PADA GAGAL GINJAL AKUT oleh dr. Erwin Irawanadi, M.Si Med, Sp.AB	97
<b>V. BIDANG ILMU MIPA</b>	
10. PEMROGRAMAN GEOMETRIK : STRUKTUR OPTIMASI DAN RANAH APLIKASI oleh Syaheed Bahr	109
11. EFFIKTIVITAS EKSTRAK DAUN GANDAKUSA ( <i>Gentiana gaudichaudii</i> ) Dalam Terhadap SPERMATOGENESIS oleh Muasip	123
<b>VI. BIDANG ILMU PENDIDIKAN</b>	
12. INDUSTRI OLAHraga Sebagai Peluang Bisnis Masa Depan oleh Safruddin	135
13. PENGETAHUAN KACAR DETERJEN DGN PTORUMEDRASI MENGGUNAKAN KOMBINASI BETING GONDOK, ... oleh Al Idra, Syaiful Wahidah	144
14. PEMBELAJARAN MULTIMETODE BERBANTUAN MODUL PADA MATA PELAJARAN SDM DI SEKOLAH MENINGKAT PERTAMA oleh Hikmawati	157
<b>VII. BIDANG ILMU HUKUM</b>	
15. KERUJUAN DAN TANDOLING JAWAB PRESIDEN MENURUT UUD 1945 oleh Nur Alim Abdillah	169
16. KAJIAN PENERAPAN PRANATA LOKAL DALAM PENTILENGKARLAAN PEMERINTAHAN DAERAH (STUDI DI KABUPATEN LOMBOK UTARA) oleh Syurainuddin Ismail	182
<b>VIII. BIDANG ILMU EKONOMI</b>	
17. STUDI EMPIRIK PEDAGANG KAKI LIMA DI KOTA MATARAM oleh L. Adi Permatadi dan Lufuk Padhyati	195
18. PENGARUH ANGGOTA KOPERASI TERHADAP LAPORAN KELUARGA oleh Sri Atikah	212
19. PENGELompokan TIPE STRATEGI INDUSTRI KECIL & MENENGAH BERDASARKAN TIPOLOGI oleh Dwi Putri Buana Sakti & Sri Nurmayati	224
20. ANALISIS KINERJA KEUANGAN DAERAH KOTA MATARAM TAHUN 2004-2008 oleh H. Yusuf Hanbulah	246

## PEMOGRAMAN GEOMETRIK : STRUKTUR OPTIMASI DAN RANAH APLIKASI

Syamsul Bahri

Staf Pengajar Program Studi Matematika FMIPA Unram

### ABSTRACT

*This paper explains about an optimization structure of geometric programming. The structure in this context is optimization models of geometric programming both with constraint and without constraint problems. It is proposed some methods of solution and the relevant examples and its applications. Finally, the fields of application of geometric programming approach are given too.*

*Keywords:* optimization structure, geometric programming, applications of geometric programming

### PENDAHULUAN

Permasalahan optimasi merupakan permasalahan menemukan suatu kondisi yang dapat memaksimumkan atau meminimumkan nilai suatu fungsi (Rao, 2009 : 1). Metode menemukan solusi optimum ini biasanya disebut teknik matematika programming atau teknik optimasi. Terdapat beberapa alternatif metode atau pendekatan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi, diantaranya metode kalkulus, kalkulus variasi, pemrograman linier, pemrograman non linier, pemrograman kuadratik, pemrograman integer, pemrograman dinamik, pemrograman geometrik, teori permainan, pemrograman stokastik, dan lain sebagainya (Rao, 2009 : 3).

Pemrograman geometrik (PG) merupakan sebuah metode optimasi untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang berhubungan dengan masalah pemrograman non linier. Metode ini pada awalnya dikemukakan oleh Clarence Zener pada tahun 1961 melalui papernya yang bejulul "*A Mathematical Aid in Optimizing Engineering Designs*" yang dipublikasikan melalui prosiding *National Academy of Science*. Kemudian metode ini secara komprehensif dipublikasikan dalam bentuk buku yang berjudul "*Geometric Programming*" oleh Duffin, Peterson dan Zener pada tahun 1967 (Creese, 2009: 3 ; Rao, 2009 : 492). Mereka membangun metode ini untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman non linier yang fungsi tujuan dan kendalanya berbentuk posynomial (Rao, 2009 : 492).

Sepuluh tahun setelah Zener mempublikasi metode ini, Zener sendiri kembali menulis buku yang mengupas tentang aplikasi metode ini untuk membuat optimal desain berkaitan dengan permasalahan teknik dengan judul "*Engineering Design by Geometric Programming*" pada tahun 19971, dan secara komprehensif, aplikasi metode PG dimuat dalam buku yang berjudul "*Applied Geometric Programming*" yang ditulis oleh C.S. Beightler dan D.T. Phillips pada 1976 (Creese, 2009 : 3).

Aplikasi metode PG dalam menyelesaikan permasalahan pemrograman non linier, walaupun awalnya ditujukan untuk permasalahan-permasalahan di bidang teknik (*engineering*) namun dalam perkembangannya ranah aplikasi metode PG berkembang di berbagai bidang yang lain seperti ekonomi (diantaranya Corstjens, M. dan Doyle P., 1985), bioteknologi (diantaranya Alberto, M. S., Eberhard V., Carlos, G.A., dan Nestor, T., 2007), statistika, dan matematika sendiri (riset operasi, kontrol optimum dan teori pengkodean). Creese menyatakan bahwa PG merupakan salah satu teknik optimasi yang terbaik dalam mendesain model optimasi yang meminimumkan fungsi tujuan (2010 : 1).

Berdasarkan uraian di atas, pada tulisan ini akan dibahas berbagai teori yang mendasari PG, struktur optimasi PG dan beberapa ranah aplikasinya.

## OPTIMASI MENGGUNAKAN PEMOGRAMAN GEOMETRIK

### 1. Beberapa Konsep Dasar

PG merupakan teknik optimasi dengan fungsi tujuan dan kendala yang berbentuk khusus yaitu berbentuk fungsi posinomial. Oleh karenanya pada bagian ini akan diuraikan mengenai fungsi monomial dan fungsi posinomial.

#### Definisi Fungsi Monomial:

Misalkan  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  dengan  $x_i > 0$  untuk setiap  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ . Fungsi monomial  $f$  didefinisikan sebagai berikut :

$$f(x) = cx_1^{a_1}x_2^{a_2} \cdots x_n^{a_n} = c \prod_{i=1}^n x_i^{a_i} \quad (1)$$

dengan  $c > 0$  dan  $a_i \in \mathbb{N}$ , untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

#### Definisi Fungsi Posynomial :

Misalkan  $f_i$  fungsi monomial,  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ . Fungsi  $g$  dikatakan fungsi posinomial, jika  $g$  didefinisikan

$$g(x) = \sum_{i=1}^N f_i = \sum_{i=1}^N \prod_{j=1}^n c_{ij} x_j^{a_{ij}} \quad (2)$$

dengan  $c_{ij} > 0$ , untuk setiap  $k = 1, 2, 3, \dots, K$ .

### Ketaksamaan AM-GM

Ketaksamaan AM-GM adalah salah satu ketaksamaan klasik dalam analisis matematika, yang menggambarkan hubungan antara rata-rata aritmatika dan rata-rata geometri dari sekelompok bilangan real positif. Secara khusus ketaksamaan AM-GM yang digunakan dalam hal ini adalah ketaksamaan Cauchy-Swartz yang diberikan oleh ketaksamaan berikut :

Jika  $a_1, a_2, \dots, a_n$  dan  $b_1, b_2, \dots, b_n$  menyatakan sebarang bilangan real dan  $n \in \mathbb{N}$  maka berlaku

$$\sum_{i=1}^n a_i b_i \leq (\sum_{i=1}^n a_i^2)^{1/2} (\sum_{i=1}^n b_i^2)^{1/2} \quad (3)$$

## 2. Struktur Optimasi Geometri Programming

### 2.1 Pemrograman geometrik Tanpa Kendala

#### a. Solusi Menggunakan Kalkulus Diferensial

Permasalahan optimasi PG tanpa kendala adalah menemukan variabel

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  dengan  $x_i > 0$  untuk setiap  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  sehingga

$$f(x) = \sum_{i=1}^N f_i = \sum_{i=1}^N \prod_{j=1}^n c_{ij} x_j^{a_{ij}} \quad (4)$$

bernilai minimum.

Solusi permasalahan ini dapat diselesaikan dengan menggunakan metode kalkulus diferensial, dimana syarat perlu suatu fungsi  $g$  minimum diberikan oleh

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_k} = 0 \quad (5)$$

Kesamaan ini memberikan

$$0 = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_j}{\partial x_k} = \sum_{j=1}^n z_j g_j(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n) \\ k = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Jika kedua ruas dikalikan dengan  $x_i$  maka kesamaan (5) menjadi

$$0 = \sum_{j=1}^n z_j g_j(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_k, x_{k+1}, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n z_j g_j(x) \\ k = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

Jika  $x^*$  merupakan solusi sistem persamaan (7) secara simultan, maka  $x^*$  merupakan solusi minimum fungsi posynomial  $f$ , jika dan hanya jika matriks Hessian dari fungsi  $g$  definit positif, yaitu

$$J_{xx} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

definit positif.

Optimal Solusi PG tanpa Kendala (4) diberikan oleh

$$f(x^*) = \prod_{j=1}^n \left( \frac{z_j}{x_j} \right)^{g_j} \quad [\text{Rao, 2009 : 495}] \quad (9)$$

dengan

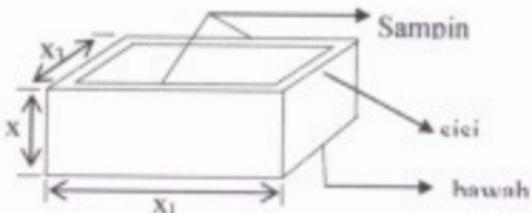
$$w_j = \frac{f_j(x^*)}{g_j(x^*)}$$

yang memenuhi kondisi ortogonalitas dan normalitas sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^n w_j^* a_{kj} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad \text{dan} \quad \sum_{j=1}^n w_j^* = 1$$

Contoh Kasus 1:

Suatu perusahaan ingin memindahkan serbuk kayu (*grain*) dari suatu gudang dengan menggunakan box berbentuk balok tanpa tutup yang berukuran panjang  $x_1$  meter, lebar  $x_2$  meter dan tinggi  $x_3$  meter seperti pada gambar.



Biaya pembuatan bagian bawah  $80 / \text{m}^2$ , bagian samping  $10 / \text{m}^2$  dan bagian sisi  $20 / \text{m}^2$  serta biaya pengangkutan serbuk kayu tersebut per satu kali jalan adalah 1. Berapakah biaya minimum yang harus dikeluarkan oleh perusahaan tersebut jika harus mengangkut  $80 \text{ m}^3$  serbuk kayu (termasuk membuat boxnya) ?

Solusi :

Permasalahan di atas, dapat dimodelkan sebagai berikut :

Total biaya  $[f(x)] =$  biaya pembuatan box + biaya pengangkutan grain,

atau,

$$f(x) = 20x_1x_2x_3 + 40(x_1x_3 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3) + \frac{80}{x_1x_2x_3} \quad (10)$$

Berdasarkan kesamaan (2) diperoleh :

$$c_1 = 80, c_2 = 40, c_3 = 20 \text{ dan } c_4 = 80$$

serta

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya kondisi ortogonalitas dan normalitas memberikan kesamaan berikut ini.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Kesamaan matriks ini secara simultan memberikan solusi :

$$w_1 = w_2 = w_3 = \frac{1}{5} \text{ dan } w_4 = \frac{2}{5}$$

Sehingga nilai

$$f^* = \left(\frac{80}{1/5}\right)^{1/5} \left(\frac{40}{1/5}\right)^{1/5} \left(\frac{20}{1/5}\right)^{1/5} \left(\frac{80}{2/5}\right)^{2/5} = 200$$

Karena  $U_i^* = f^* w_i^*$  maka

- (i)  $U_1^* = 80 x_1^* x_2^* = 40$
- (ii)  $U_2^* = 40 x_1^* x_2^* = 40$
- (iii)  $U_3^* = 20 x_1^* x_2^* = 40$
- (iv)  $U_4^* = 80 (x_1^*)^{-1} (x_2^*)^{-1} (x_3^*)^{-1} = 80$

Solusi (i) – (iv) secara simultan memberikan:  $x_1^* = 1$ ,  $x_2^* = \frac{1}{2}$  dan  $x_3^* = 2$

### b. Solusi Menggunakan Ketaksamaan AM-GM

Perhatikan kembali permasalahan PG pada persamaan (4), dengan  $f_i$  diberikan oleh persamaan (1).  $f_i = w_i h_i$  dan  $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ . Jika maka (4) menjadi

$$f = \sum_{i=1}^N w_i h_i$$

dengan menggunakan ketaksamaan AM-GM,

$$f = \sum_{i=1}^N w_i h_i \geq \prod_{i=1}^N h_i^{w_i} \quad (11)$$

Akibatnya

$$\sum_{i=1}^N f_i \geq \prod_{i=1}^N \left(\frac{f_i}{w_i}\right)^{w_i} = f^*(x) \quad (12)$$

Jika  $f_i(x) = c_i \prod_{j=1}^n x_j^{z_{ij}}$  maka ruas kanan pada ketaksamaan di atas menjadi

$$\prod_{i=1}^N \left(\frac{f_i}{w_i}\right)^{w_i} = \prod_{i=1}^N \left(\frac{c_i \prod_{j=1}^n x_j^{z_{ij}}}{w_i}\right)^{w_i}$$

$$\begin{aligned}
 &= \prod_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{w_i} \right)^{w_i} \left\{ \prod_{i=1}^n \left( \prod_{j=1}^m x_j^{a_{ij}} \right)^{w_j} \right\} \\
 &= \prod_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{w_i} \right)^{w_i} \left[ \prod_{i=1}^n \sqrt[m]{x_1^{a_{i1}} x_2^{a_{i2}} \dots x_m^{a_{im}}} \right] \quad (13)
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan syarat normality dan syarat ortogonalitas

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad \text{dan} \quad \sum_{i=1}^n w_i a_{ij} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Maka kesamaan (13) dapat direduksi menjadi

$$\prod_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{w_i} \right)^{w_i} = \prod_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{w_i} \right)^{\frac{1}{w_i}} \quad (14)$$

Sehingga berakibat

$$\sum_{i=1}^n f_i \geq \prod_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{w_i} \right)^{\frac{1}{w_i}} = f^* \quad (15)$$

**Solusi Kasus 1 menggunakan ketaksamaan AM-GM:**

Perhatikan kembali model PG pada (4) dan ketaksamaan (15),

$$f \geq \left( \frac{80}{1/5} \right)^{1/5} \left( \frac{40}{1/5} \right)^{1/5} \left( \frac{20}{1/5} \right)^{1/5} \left( \frac{30}{1/5} \right)^{1/5} = 200 = f^*$$

Dengan cara serupa seperti pada bagian sebelumnya, kesamaan memberikan solusi optimal  $x_1^* = 1$ ,  $x_2^* = \frac{1}{2}$ , dan  $x_3^* = 2$ .

## 2.2 Pemrograman geometrik dengan Kendala

### 2.2.1 Bentuk Umum

Optimasi dengan metode pemrograman geometrik adalah menemukan variabel  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $x \geq 0$  yang meminimumkan fungsi tujuan :

$$f_C(x) = \sum_{j=1}^{N_1} c_{ij} \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}} \quad (16)$$

dengan kendala :

$$g_k(x) = \sum_{j=1}^{N_1} c_{kj} \prod_{i=1}^n x_i^{a_{kj}} \geq 1 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (17)$$

Dimana koefisien  $c_{kj}$  ( $j = 1, 2, \dots, N_1$ ) dan

$a_{kj}$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, N_1$ ) adalah bilangan real positif, pangkat  $a_{kj}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, \dots, N_1$ ) dan

$a_{kj}$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, \dots, N_1$ ) adalah sebarang bilangan real. Bilangan  $m$  menyatakan banyaknya kendala,  $N_1$  menyatakan banyaknya suku posinomial pada fungsi obyektif,  $N$ , menyatakan banyaknya suku posinomial pada kendala ke-  $k$  sedi  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ ,  $x_i > 0$  untuk setiap  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  sebagai variabel optimasinya.

## 2.2.2 Solusi Pemrograman geometrik dengan Kendala

Perhatikan kembali permasalahan PG pada persamaan (16) dengan kendala (17), yang dikenal dengan masalah primal. Permasalahan dual dari masalah primal ini adalah memaksimumkan fungsi:

$$v(\lambda) = \prod_{k=1}^m \prod_{j=1}^{N_1} \left( \lambda_j + \sum_{i=1}^n \lambda_i a_{kj} \right)^{-a_{kj}} \quad (18)$$

dengan fungsi kendala ortogonalitas dan normalitas sebagai berikut :

$$\sum_{j=1}^{N_1} \lambda_j = 1 \quad \text{dan}$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^{N_1} c_{kj} \lambda_j a_{kj} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (19)$$

Jika suatu masalah memiliki derajat kesulitan nol, maka kondisi ortogonalitas dan normalitas (19) memberikan solusi untuk  $\lambda$  secara tunggal, yang berimplikasi pada ketunggalan solusi permasalahan PG (16) dengan kendala (17) atau permasalahan dual (18) dengan formula sebagai berikut :

$$f(x^*) = v(x^*) = \prod_{k=0}^{N_0} \prod_{j=1}^{N_k} \left( \frac{c_j}{x_j} - \sum_{i=1}^{n_k} \beta_{ij} \right)^{q_{kj}}$$
 (20)

Catatan : jika suatu permasalahan PG memiliki bentuk posinomial sebanyak N dan n menyatakan banyaknya variabel optimasinya, maka derajat kesulitan (D) didefinisikan sebagai  $D = N + n - 1$

Setelah solusi optimal untuk  $f$  atau  $v^*$  diperoleh maka selanjutnya adalah menentukan variabel optimasinya melalui persamaan berikut :

$$x_{ij}^* = \lambda_{ij}^* = \frac{c_j}{\sum_{k=1}^{N_k} c_k} = \frac{c_j}{\prod_{k=1}^{N_k} (x_k^*)^{q_{kj}}} \quad j = 1, 2, 3, \dots, N_k \quad (21)$$

$$\lambda_{ij}^* = \frac{c_j}{\prod_{k=1}^{N_k} c_k} = c_{ij} \prod_{k=1}^{N_k} (x_k^*)^{q_{kj}} \quad j = 1, 2, 3, \dots, N_k, i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (22)$$

### Contoh Kasus 2:

Diberikan permasalahan PG sebagai berikut :

$$\text{Min } f(x) = 20x_1x_2 + 40x_2x_3 + 30x_1x_3 \quad (23)$$

$$\text{dengan kendala : } \frac{x_1}{x_2x_3} \leq 1 \quad (24)$$

Kasus ini merupakan kasus dengan  $N = 4$  ( $N_0 = 3$  dan  $N_1 = 1$ ) dan  $n = 3$ , sehingga kasus ini termasuk dalam kategori permasalahan PG dengan derajat kesulitan nol.

Masalah dual yang berkaitan dengan permasalahan PG (23) dengan kendala (24) adalah sebagai berikut :

$$\text{Maks } v(z) = \prod_{k=0}^{N_0} \prod_{j=1}^{N_k} \left( \frac{z_j}{x_j} - \sum_{i=1}^{n_k} \beta_{ij} \right)^{q_{kj}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \prod_{j=1}^3 \left( \frac{\lambda_{0j} - \sum_{i=1}^3 \lambda_{ij}}{\lambda_{1j}} \right)^{1/\lambda_{1j}} \prod_{j=1}^3 \left( \frac{\lambda_{0j} - \sum_{i=1}^3 \lambda_{ij}}{\lambda_{2j}} \right)^{1/\lambda_{2j}} \\
 &= \left[ \frac{20}{\lambda_{01}} (\lambda_{01} + \lambda_{02} + \lambda_{03}) \right]^{1/\lambda_{01}} \times \left[ \frac{20}{\lambda_{02}} (\lambda_{01} + \lambda_{02} + \lambda_{03}) \right]^{1/\lambda_{02}} \\
 &\quad \times \left[ \frac{20}{\lambda_{03}} (\lambda_{01} + \lambda_{02} + \lambda_{03}) \right]^{1/\lambda_{03}} \times \left[ \frac{8}{\lambda_{11}} \lambda_{11} \right]^{1/\lambda_{11}}
 \end{aligned} \tag{25}$$

dengan kendala :

$$\lambda_{01} + \lambda_{02} + \lambda_{03} = 1 \quad ; \quad \lambda_{01} + \lambda_{03} - \lambda_{11} = 0$$

$$\lambda_{02} + \lambda_{03} - \lambda_{11} = 0 \quad ; \quad \lambda_{01} + \lambda_{02} - \lambda_{11} = 0$$

$$\lambda_{0j} \geq 0, j = 1, 2, 3 \text{ dan } \lambda_{11} \geq 0 \tag{26}$$

Kendala (26) secara simultan memberikan solusi

$$\lambda_{01}^* = \lambda_{02}^* = \lambda_{03}^* = \frac{1}{3} \quad \text{dan} \quad \lambda_{11}^* = \frac{2}{3}$$

Sehingga berdasarkan (20), nilai  $f^* = v^*$  diperoleh

$$v^* = (60)^{1/3} (120)^{1/3} (80)^{1/3} (8)^{1/3} = 480$$

Selanjutnya dengan menggunakan kesamaan (21) dan (22) memberikan nilai variabel optimasinya sebagai berikut:

$$(i) \quad x_1^* x_3^* = 0 \quad (ii) \quad x_2^* x_3^* = \frac{1}{3}$$

$$(iii) \quad x_1^* x_2^* = \frac{1}{3} \quad (iv) \quad x_1^* x_2^* x_3^* = 0$$

Kesamaan (i) – (iv) secara simultan memberikan:  $x_1^* = 2$ ;  $x_2^* = 1$  dan  $x_3^* = 4$ .

Selain pendekatan di atas, strategi lain yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan optimasi yang berkaitan dengan PG adalah mentransformasi permasalahan PG ke dalam bentuk optimasi non linier yang besifat konveks, dalam hal ini optimasi dengan fungsi tujuan berupa konveks dengan kendala berupa kesamaan fungsi linier dan atau ketaksamaan linier. Transformasi ini berbasis fungsi logaritma melalui hubungan

$$x_i = e^{v_i} \iff v_i = \ln(x_i)$$

Meminimumkan fungsi tujuan  $f_0$  ditransformasi menjadi meminimumkan  $\ln(f_0)$  dan kendala  $f_i(x) \leq 1$  diganti dengan  $\ln(f_i) \leq 0$ , untuk semua  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Akibat transformasi ini permasalahan PG (16) dengan kendala (17) menjadi

$$\text{Min } \ln(f_0(e^v)) \quad (27)$$

dengan kendala :

$$\ln(f_i(e^v)) \leq 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (28)$$

$$v = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$$

Lebih lanjut, transformasi ini menyebabkan permasalahan PG menjadi permasalahan optimasi fungsi konveks. Permasalahan optimasi fungsi konveks adalah suatu masalah optimasi yang menarik karena dijamin solusi selalu ada dan nilai optimum relatif sekaligus menjadi nilai optimum globalnya.

### APLIKASI PEMROGRAMAN GEOMATRIK

Optimasi dengan menggunakan pendekatan pemrograman geometrik sebagaimana yang telah dijelaskan pada pembahasan-pembahasan sebelumnya merupakan salah satu alternatif solusi untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan optimasi yang memiliki karakteristik khusus yaitu fungsi obyektif maupun kendalanya berbentuk fungsi polinomial. Kekhasan ini, tidak menyebabkan metode ini terbatas dalam penerapannya. Penerapan pendekatan pemrograman geometrik, pada awalnya digunakan pada bidang teknik yang kemudian sampai saat ini berkembang ranah aplikasinya ke berbagai bidang yang lain, seperti bioteknologi, ekonomi, matematika, dan sistem komunikasi secara umum.

Pada bidang teknik, pendekatan PG digunakan untuk merancang desain struktur dan desain analog sirkuit. Beberapa peneliti yang telah bekerja pada bidang ini antara lain Soorapanth(2008), Colleran, Portman, Hassibi, Crusius, Mohan, Boyd, Lee dan Hershenson (tt) serta ( Boyd dan Kim, 2005a). Beberapa aplikasi lain dari PG pada bidang teknik antara lain : (dalam Boyd dan Kim, 2005b)

- Buffer and wire sizing (oleh Chu and Wong, 1999 , 2001)
- Gate sizing(oleh Chu and Wong, 2001)
- Optimal wire sizing (oleh Cong J, He L, 1996)
- Wire sizing and power optimization (oleh Cong J, He L, 1998)
- Power control and optimization (oleh Bhardwaj at al, 2006)

Pada bidang bioteknologi, beberapa peneliti telah meneliti tentang optimasi system bioteknologi dalam hal ini terkait dengan system metabolismu yaitu Alberto, Eberhard, Carlos, and Nestor (2007). Pada bidang ekonomi, ranah yang dikembangkan adalah optimasi yang berkaitan dengan meminimumkan biaya produksi, penentuan tingkat permintaan optimal dan kepuasan produksi (Nezami, Aryanezhad dan Sadjadi, 2009), desain optimasi untuk permasalahan pemasaran (Corstjens dan Doyle, 1985) dan resource alokasi (Seong, Narasimhan dan Cioffi, 2006) dan ekonomi regional (Kadas, tt)

Pada bidang kimia/ teknik kimia, penelitian yang telah dilakukan berkaitan dengan masalah keseimbangan kimia (Clasen, 1984). Pada bidang transportasi dan sistem komunikasi, beberapa penelitian yang telah dilakukan berkaitan dengan aplikasi PG antara lain : (dalam Boyd dan Kim, 2005b)

- Model distribusi perjalanan ( oleh Wong, 1981)
- Resource allocation in communication and network system ( oleh Boche and Stanczak, 2004; Chiang, 2005; Chiang and Boyd, 2004)
- System and control theory ( oleh Chandra at al, 2004, Yazarel and Pappas, 2004).

Pada ranah matematika sendiri, aplikasi PG banyak dikaji dan diteliti berkaitan dengan bidang riset operasi, kontrol optimum dan statistika dan Probabilitas. Penelitian-penelitian tersebut antara lain : (dalam Boyd dan Kim, 2005b)

- Sistem optimasi produksi ( oleh Choi and Bricker, 1996)
- Pemodelan geometri ( oleh Cheng at al, 2002, 2005)
- Penduga maksimum likelihood ( oleh Bricker, D., Kortanek K, Xui L., 1997)

## KESIMPULAN

Pendekatan pemrograman geometrik adalah salah satu metode optimasi yang berkaitan dengan masalah optimasi non linier. Model optimasi pemrograman geometrik, memiliki karakteristik khusus, yaitu fungsi obyektif dan fungsi kendalanya berbentuk fungsi posinomial.

Penyelesaian masalah menggunakan pendekatan pemrograman geometrik, dapat dilakukan dengan menggunakan kalkulus diferensial dan atau menggunakan sifat ketaksamaan AM-GM. Strategi lain yang bisa digunakan adalah transformasi permasalahan pemrograman geometrik menjadi bentuk optimasi non linier biasa, dengan menggunakan trasformasi logaritma yang kemudian secara khusus menjadi permasalahan optimasi fungsi konveks.

Ranah aplikasi dari pendekatan pemrograman geometrik ini, pada awalnya dikembangkan untuk desain struktur dan penyelesaian model optimasi pada bidang teknik khususnya. Kemudian, seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan penelitian, ranah aplikasi dari pendekatan ini berkembang pada bidang-bidang lain, seperti kedokteran/bioteknologi, ekonomi, kimia, transportasi dan sistem komunikasi serta dalam bidang matematika sendiri khususnya bidang riset operasi, pengkodean dan kontrol optimum.

## DAFTAR PUSTAKA

- Alberto, M.S., Eberhard, V., Carlos, G.A., and Nestor, T., 2007, Optimization of biotechnological systems through geometric programming, Theoretical Biology and Medical Modeling, Issue: 1; pp: 38; Vol: 4; Year:2007.*
- Boyd, S.P., and Kim, S.J., 2005a, Geometric Programming for Circuit Optimization, ISPD'05, April 3-6, 2005, San Francisco, California, USA.*
- Boyd, S.P., and Kim, S.J., 2005b, Tutorial on Geometric Programming, Springer : Published Online: 10 April 2007*
- Corstjens, M. dan Doyle P., 1985, The Application of Geometric Programming to Marketing Problems, Journal of Marketing, Vol. 49, pp. 137 -144.*
- Creese, R. C., 2009, Geometric Programming for Design and Cost Optimization : with Illustrative Case Study Problems and Solutions, Morgan & Claypool Publisher : Synthesis Lecturer On Engineering.*