ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK FUNGSI KERNEL PADA DATA LONGITUDINAL (STUDI KASUS: LAJU PERTUMBUHAN EKONOMI PROVINSI NUSA TENGGARA BARAT 2016-2020)

SKRIPSI

Oleh

MUHAMMAD RIZALDI

NIM: G1D017035

PROGRAM STUDI: MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS MATARAM

2023

ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK FUNGSI KERNEL PADA DATA LONGITUDINAL (STUDI KASUS: LAJU PERTUMBUHAN EKONOMI PROVINSI NUSA TENGGARA BARAT 2016-2020)

SKRIPSI

Skripsi sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar Sarjana dari Universitas Mataram

Oleh
MUHAMMAD RIZALDI
NIM : G1D017035

PROGRAM STUDI: MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS MATARAM
2023

ABSTRAK

ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK
FUNGSI KERNEL PADA DATA LONGITUDINAL
(STUDI KASUS: LAJU PERTUMBUHAN EKONOMI
PROVINSI NUSA TENGGARA BARAT 2016-2020)

Oleh
Muhammad Rizaldi
NIM: G1D017035

Analisis Regresi merupakan salah satu metode analisis data dalam statistika yang paling banyak digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel bebas dengan variabel terikat. Ada tiga jenis pendekatan yang dapat dilakukan untuk mengestimasi kurva regresi, salah satunya dengan menggunakan regresi nonparametrik. Model regresi nonparametrik dapat diaplikasikan pada data longitudinal. Data longitudinal diperoleh berdasarkan pengamatan terhadap n subjek yang saling independen, dengan setiap subjek diamati secara berulang dalam kurun waktu yang berbeda. Tujuan dari penelitian ini adalah melakukan estimasi kurva dan mendapatkan model regresi terbaik. Dalam skripsi ini, teknik *smoothing* yang dipilih untuk mengestimasi model regresi nonparametrik pada data longitudinal adalah estimator kernel *triangle* yang dapat diperoleh dengan meminimumkan kuadrat *error* menggunakan *Weighted Least Square* (WLS) dan untuk pemilihan *bandwidth* optimum menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Untuk penerapan pada data dibuat program menggunakan *software R Studio.* Data yang digunakan adalah data laju pertumbuhan ekonomi Nusa Tenggara Barat 2016-2020. Variabel terikat yang digunakan adalah laju pertumbuhan ekonomi, sedangkan variabel bebas yang digunakan, yaitu indeks pembangunan manusia, kepadatan penduduk, dana alokasi umum, pendapatan asli daerah, dan tingkat partisipasi angkatan kerja. Hasil penelitian menunjukkan bahwa estimasi kurva yang diperoleh, yaitu $\widehat{\boldsymbol{Y}} = [1]\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ dengan $\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X^T W}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X^T W}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{Y}$. Selanjutnya diperoleh nilai GCV minimum sebesar $22{,}924578$, serta nilai R^2 sebesar $19{,}2\%$ dan dan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) lebih dari 50% untuk setiap lokasi pengamatan, artinya model yang diperoleh tidak akurat. Hal tersebut dapat diakibatkan karena pemilihan interval *bandwidth* yang terlalu sempit. Sehingga dapat disimpulkan bahwa model yang diperoleh tidak dapat digunakan untuk melakukan estimasi laju pertumbuhan ekonomi di Nusa Tenggara Barat.

Kata Kunci : Data Longitudinal, Estimator Kernel, *Generalized Cross Validation*, Laju Pertumbuhan Ekonomi, Regresi Nonparametrik

ABSTRACT

NONPARAMETRIC REGRESSION CURVE ESTIMATION USING KERNEL FUNCTION FOR LONGITUDINAL DATA (IN CASE: RATE OF ECONOMIC GROWTH IN THE PROVINCE OF WEST NUSA TENGGARA 2016-2020)

By
Muhammad Rizaldi
ID: G1D017035

Regression analysis is one of the most widely used data analysis methods in statistics to determine the pattern of the relationship between the independent and dependent variables. There are three types of methods that can be used to estimate the curve regression, one of which is nonparametric regression. Nonparametric regression models can be applied to longitudinal data. Longitudinal data were obtained based on observations of n *independent subjects, with each subject being observed repeatedly over different periods of time. The purpose of this research is to estimate the curve and get the best regression model. In this research, the smoothing technique chosen to estimate the nonparametric regression model for longitudinal data is kernel triangle estimator, which can be obtained by minimizing the square of error using Weighted Least Square (WLS) and for selecting the optimum bandwidth using the Generalized Cross Validation (GCV) method. To make the program of the data, We use R Studio. In this case, We use rate of economic growth in West Nusa Tenggara as an independent variable, and also We use the human development index, population density, general allocation funds, local revenue, and the level of labor force participation as a dependent variables. The result showed that the curve estimation obtained was* $\widehat{\boldsymbol{Y}} = [1]\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ for $\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X^T W}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X^T W}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{Y}$*. Furthermore, the minimum GCV value is* $22{,}924578$*,* R^2 *value is* $19{,}2\%$ *and Mean Absolute Percentage Error (MAPE) values are more than 50% for each location, it means that the model is not accurate. This can be caused by the selection of bandwidth intervals that are too small. So, it can be concluded that the model can't be used to estimate the rate of economic growth in West Nusa Tenggara.*

Keywords *: Generalized Cross Validation, Kernel Estimation, Longitudinal Data, Nonparametric Regression , Rate of Economic Growth*

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini murni karya saya sendiri dan di dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi serta tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah dituliskan atau dipublikasikan oleh orang lain, kecuali yang tertulis pada sitasi dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Mataram, 25 Januari 2023
Yang menyatakan,

Muhammad Rizaldi
NIM. G1D017035

HALAMAN PERSETUJUAN

ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK FUNGSI KERNEL PADA DATA LONGITUDINAL (STUDI KASUS: LAJU PERTUMBUHAN EKONOMI PROVINSI NUSA TENGGARA BARAT 2016-2020)

MUHAMMAD RIZALDI

NIM: G1D017035

Menyetujui

Tim Pembimbing

Tanggal: **25 Januari 2023**

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Nurul Fitriyani, S.Si., M.Si	Zulhan Widya Baskara, S.Si., M.Si.
NIP. 19901106 201504 2 003	NIP. 19870801 202012 1 007

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul:

ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK FUNGSI KERNEL PADA DATA LONGITUDINAL (STUDI KASUS: LAJU PERTUMBUHAN EKONOMI PROVINSI NUSA TENGGARA BARAT 2016-2020)

MUHAMMAD RIZALDI

NIM: G1D017035

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji Program Studi Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Pada tanggal: **25 Januari 2023**

Tim Penguji:

1. Mustika Hadijati, S.Si., M.Si. (Ketua)
   NIP. 19700626 199702 2 001
2. Lailia Awalushaumi, S.Si., M.Si. (Anggota I)
   NIP. 19830612 201012 2 003
3. Nurul Fitriyani, S.Si., M.Si. (Anggota II)
   NIP. 19901106 201504 2 003
4. Zulhan Widya Baskara, S.Si., M.Si. (Anggota III)
   NIP. 19870801 202012 1 007

Mengetahui:

Fakultas MIPA Universitas Mataram	Program Studi Matematika
Dekan	Ketua
Prof. Drs. Dedy Suhendra, M.Si., Ph.D.	Dr. Marwan, S.Si., M.Si.
NIP. 19671207 199603 1 002	NIP. 19711005 200003 1 002

KEMENTERIAN PENDIDIKAN KEBUDAYAAN RISET DAN TEKNOLOGI UNIVERSITAS MATARAM FAKULTAS

KATA PENGANTAR

Puji syukur atas kehadirat Allah SWT, atas segala limpahan rahmat dan karunia-Nya yang telah memberikan kesempatan, kemudahan, dan kesehatan sehingga skripsi yang berjudul **"ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK FUNGSI KERNEL PADA DATA LONGITUDINAL (STUDI KASUS: LAJU PERTUMBUHAN EKONOMI PROVINSI NUSA TENGGARA BARAT 2016-2020)"** ini dapat terselesaikan dengan baik. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar sarjana (S1) Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mataram.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak mungkin terselesaikan tanpa adanya dukungan, bantuan, bimbingan, nasihat, kritik serta saran yang sangat membangun dari berbagai pihak selama penyusunan skripsi ini. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih setulus-tulusnya kepada:

1. Orang tua tercinta, saudari-saudari tersayang, serta semua keluarga yang tidak pernah bosan memberikan kasih doa, nasihat, dukungan dan semangat yang luar biasa dalam menemani setiap langkah hidup penulis. Terima kasih setulus hati.
2. Bapak Prof. Drs. Dedy Suhendra, M.Si., Ph.D., selaku Dekan Fakultas MIPA, Universitas Mataram.
3. Bapak Dr. Marwan., S.Si., M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Mataram.
4. Ibu Nurul Fitriyani, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing I yang senantiasa memberikan dukungan, selalu meluangkan waktu untuk membimbing, memberikan saran, arahan, nasihat, motivasi dan semangat yang luar biasa, serta kesabaran dalam membimbing penulis menyelesaikan skripsi ini.
5. Bapak Zulhan Widya Baskara, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang selalu memberikan dukungan, selalu meluangkan waktu membimbing, memberikan saran, arahan, nasihat, motivasi dan semangat yang luar biasa, serta kesabaran dalam membimbing penulis menyelesaikan skripsi ini.

6. Seluruh dosen Program Studi Matematika Fakultas MIPA dan seluruh dosen Universitas Mataram yang terlibat semasa Tahun Pertama Bersama (TPB) yang telah memberikan ilmu pengetahuan yang tak ternilai selama perkuliahan.
7. Staf akademik Fakultas MIPA, khususnya Program Studi Matematika yang telah memberikan pelayanan terbaik.
8. Teman-teman GAMATIKA khususnya CARTESIO, terima kasih atas dukungan, semangat dan kebersamaan selama ini.
9. Teman-teman BEM Fakultas MIPA, khususnya BPH BEM FMIPA 2019.
10. Sahabat-sahabat alumni SMAN 1 Alas, terima kasih atas dukungan, semangat dan kebersamaan yang begitu hangat selama ini.
11. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, yang telah memberikan doa dan dukungan dengan tulus sehingga dapat terselesaikannya skripsi ini.

Skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, oleh karena itu segala kritik dan saran yang bersifat membangun dari pembaca sangat diharapkan demi kesempurnaan dan perbaikan skripsi ini. Akhir kata, penulis berharap Allah SWT membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi para pembaca.

Mataram, 25 Januari 2023

Penulis

MOTTO

"MAN JADDA WAJADA"
(Barang siapa yang bersungguh-sungguh, maka akan berhasil)

"Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan"
(QS. Al-Insyirah:5)

Karya ini saya persembahkan untuk:

Kedua orang tua tercinta (Bapak Muhammad dan Ibu Sumiati)

Saudari-saudari tersayang (Lisnawati dan Rina Harianti)

Keluarga besar yang selalu memberikan doa, dukungan, dan motivasi

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis Regresi merupakan salah satu metode analisis data dalam statistika yang paling banyak digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel bebas (x) dengan variabel terikat (y). Menurut Hardle (1990), ada tiga jenis pendekatan yang dapat dilakukan untuk mengestimasi kurva regresi, yaitu pendekatan parametrik, semiparametrik, dan nonparametrik. Dalam pendekatan parametrik, bentuk hubungan antara variabel terikat dan variabel bebas diketahui atau diperkirakan dari bentuk kurva regresi, misalnya diasumsikan membentuk pola linear, kuadratik, eksponensial, dan polinom. Sedangkan pendekatan semiparametrik digunakan apabila pola hubungan antara sekumpulan variabel bebas dan variabel terikat ada yang diketahui dan ada pula yang tidak diketahui bentuk kurva regresinya. Apabila tidak terdapat informasi apapun terhadap bentuk fungsi serta tidak memenuhi asumsi normalitas dan homogenitas ragam dari galat data, maka digunakan pendekatan nonparametrik.

Pendekatan nonparametrik merupakan pendekatan regresi yang sesuai untuk data yang tidak diketahui bentuk kurvanya, sehingga memberikan fleksibilitas yang besar (Budiantara, 2009). Menurut Sukarsa dan Srinadi (2012), pendugaan fungsi regresi nonparametrik dilakukan berdasarkan data menggunakan teknik pemulus (*smoothing*) seperti histogram, penduga kernel, k-*Nearest Neighbor*, deret *orthogonal*, penduga *spline*, deret fourier, dan wavelet. Masing-masing dari teknik tersebut memiliki keunggulan dalam mengestimasi parameter. Salah satu metode estimasi parameter regresi nonparametrik yang paling banyak digunakan adalah pendekatan kernel yang memiliki bentuk fleksibel dan perhitungan matematisnya mudah disesuaikan, serta memiliki rata-rata kekonvergenan yang relatif cepat. Fungsi pendekatan kernel juga dapat digunakan sebagai alternatif untuk menyelesaikan data yang fluktuatif, dikarenakan pada regresi nonparametrik kernel tidak diperlukan asumsi-asumsi khusus yang harus dipenuhi (Wolberg, 2000).

Ada beberapa macam fungsi kernel yang dapat digunakan untuk mendekati pola sebaran data, antara lain kernel *Uniform*, *Triangle*, Epanechnikov, Gaussian, Kuadratik, dan Cosinus. Fungsi kernel yang umum digunakan adalah kernel Gaussian, Epanechnikov, dan *triangle.* Kernel *triangle* sering digunakan karena lebih mudah dan cepat dalam perhitungan, serta teliti dalam memodelkan suatu data yang fluktuatif (Sukarsa & Srinadi, 2012). Menurut Puspitasari, dkk. (2012), fungsi kernel *triangle* memiliki nilai MSE yang lebih kecil dari fungsi kernel yang lain, sehingga model yang diperoleh lebih baik.

Dalam analisis regresi diperlukan suatu metode untuk menduga parameter agar taksirannya bersifat *Best Linier Anbiased Estimator* (BLUE), salah satunya dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) atau kuadrat terkecil terbobot. Metode WLS sangat baik dalam mengatasi heteroskedastisitas (Arifin, 2018). WLS memiliki kemampuan untuk mempertahankan sifat efisiensi estimatornya tanpa harus kehilangan sifat tak bias dan konsistensinya.

Aplikasi model regresi nonparametrik kernel dapat digunakan untuk data longitudinal. Data longitudinal merupakan data dengan pengamatan sebanyak n subjek yang saling bebas, dengan setiap subjek diamati secara berulang dalam t kurun waktu (Liang dan Zeger, 1986). Salah satu bentuk data longitudinal adalah data pertumbuhan ekonomi. Menurut Badan Pusat Statistik (2014), pertumbuhan ekonomi adalah proses pertumbuhan kondisi perekonomian suatu negara secara berkesinambungan menuju keadaan yang lebih baik selama periode tertentu. Pertumbuhan ekonomi dapat mengindikasikan keberhasilan pembangunan ekonomi dalam kehidupan masyarakat, sehingga sangat penting untuk melakukan penelitian mengenai pertumbuhan ekonomi.

Berdasarkan uraian yang telah dijelaskan sebelumnya, maka pada penelitian ini dilakukan estimasi kurva regresi nonparametrik fungsi kernel dengan menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS). Kemudian hasil dari estimasi kurva ini akan diterapkan pada data longitudinal dengan studi kasus laju pertumbuhan ekonomi Provinsi Nusa Tenggara Barat (NTB) 2016-2020.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang yang telah dijelaskan, permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini sebagai berikut:

a. Bagaimana estimasi kurva regresi nonparametrik fungsi kernel pada data longitudinal?
b. Bagaimana model laju pertumbuhan ekonomi Provinsi NTB menggunakan analisis regresi fungsi kernel?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah pada penelitian, dapat diuraikan tujuan dari penelitian ini sebagai berikut:

a. Menentukan estimasi kurva regresi nonparametrik fungsi kernel pada data longitudinal.
b. Menentukan model laju pertumbuhan ekonomi Provinsi NTB menggunakan analisis regresi fungsi kernel.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Bagi Peneliti

   Menambah wawasan tentang estimasi kurva regresi nonparametrik fungsi kernel pada data longitudinal untuk kemudian dapat dikembangkan.

b. Bagi Pembaca

   Memberikan informasi tentang estimasi kurva regresi nonparametrik fungsi kernel dan penggunaan metode terbaik dalam estimasi kurva regresi, serta pengaplikasiannya pada data longitudinal.

1.5 Batasan Masalah

Untuk membatasi permasalahan agar sesuai dengan tujuan yang dimaksud dan tidak menimbulkan permasalahan yang baru, maka pada penelitian ini dibatasi pada:

a. Estimator kernel yang digunakan adalah Nadaraya-Watson.
b. Pada penelitian ini digunakan fungsi kernel *triangle*.
c. Dalam penelitian ini digunakan estimator *Weighted Least Square* (WLS).
d. Pada penelitian ini, residual diasumsikan berdistribusi normal (Hardle, 1990).

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Tinjauan Pustaka yang digunakan dalam penelitian ini adalah beberapa penelitian sebelumnya yang relevan dengan topik yang diambil oleh peneliti. Adapun penelitian-penelitian tersebut sebagai berikut.

Pada penelitian yang dilakukan oleh Sukarsa dan Srinadi (2012), mengenai estimator kernel dalam model regresi nonparametrik. Data yang digunakan merupakan data simulasi tabrakan sepeda motor pada suatu *Post Mortem Human Test Object* (PTMO) yang diambil dari buku *Applied Nonparametric Regression.* Dalam penelitian ini digunakan fungsi kernel Gaussian dan *triangle.* Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa fungsi kernel Gaussian dan *triangle* sangat bergantung pada pemilihan parameter pemulus (*bandwidth*) sehingga untuk mendapatkan estimator terbaik digunakan *Generalized Cross Validation* (GCV). Selain itu, fungsi kernel *triangle* memiliki nilai MSE yang lebih kecil dari fungsi kernel Gaussian, sehingga model yang diperoleh dengan menggunakan fungsi kernel *triangle* lebih baik.

Kemudian menurut Anisa, dkk. (2019), tentang estimasi model regresi nonparametrik kernel menggunakan estimator Nadaraya-Watson. Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data indeks pembangunan manusia di Indonesia 2017. Diperoleh kesimpulan bahwa koefisien determinasi yang dihasilkan sebesar 63,2% dan nilai MSE sebesar 2,5%. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan estimasi menggunakan regresi nonparametrik kernel dengan estimator Nadaraya-Watson sangat baik.

Penelitian mengenai laju pertumbuhan ekonomi telah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya, di antaranya oleh Prawanti (2015), meneliti ketercapaian target laju pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur menggunakan regresi spasial logistik dan menghasilkan kesimpulan bahwa variabel bebas yang berpengaruh signifikan secara umum adalah Indeks Pembangunan Manusia (IPM), Dana Alokasi Umum (DAU), dan Pendapatan Asli Daerah (PAD).

Pada penelitian yang dilakukan oleh Khalid, dkk. (2015), mengenai pemodelan regresi nonparametrik pada data longitudinal menggunakan polinomial lokal. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data harga penutupan saham bulanan dari bulan januari 2012 sampai September 2014. Pada penelitian ini didapatkan bahwa MAPE yang dihasilkan sebesar 11,7449%, sehingga dapat dikatakan bahwa model yang diperoleh baik digunakan untuk melakukan prediksi harga saham yang akan datang.

Selanjutnya dilakukan penelitian oleh Arifin (2016), mengenai pemodelan laju pertumbuhan ekonomi di Provinsi Jawa Timur berdasarkan pendekatan regresi spasial *lag*. Faktor-faktor yang digunakan, antara lain Indeks Pembangunan Manusia (IPM), inflasi, Dana Alokasi Umum (DAU), angkatan kerja yang bekerja, APBD, ivestasi, dan kepadatan penduduk. Penelitian ini menghasilkan kesimpulan bahwa variabel bebas yang berpengaruh signifikan adalah Indeks Pembangunan Manusia (IPM).

Penelitian lain dilakukan oleh Nisa, dkk. (2020), yang meneliti tentang estimasi parameter metode *Weighted Least Square* (WLS) dalam mengatasi masalah heteroskedastisitas. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sosial ekonomi dari 33 provinsi di Indonesia, dengan tingkat pengangguran terbuka sebagai variabel terikat, pertumbuhan ekonomi, kepadatan penduduk, tingkat partisipasi angkatan kerja, dan kebutuhan hidup minimum sebagai variabel bebas. Pada penelitian tersebut diperoleh hasil bahwa asumsi homoskedastisitas terpenuhi, artinya masalah heteroskedastisitas dapat diatasi dengan menggunakan metode WLS. Faktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap tingkat pengangguran terbuka adalah kepadatan penduduk dan tingkat partisipasi angkatan kerja.

Berdasarkan tinjauan pustaka di atas, selanjutnya dilakukan pemodelan lebih lanjut tentang regresi kernel *triangle*. Hal tersebut dikarenakan pada penelitian sebelumnya, belum terdapat penelitian yang secara khusus membahas terkait estimasi kurva regresi kernel *triangle*. Padahal menurut Sukarsa dan Srinadi (2012), metode ini memiliki beberapa keunggulan dibandingkan dengan metode kernel lainnya, seperti lebih mudah dan cepat dalam perhitungan, serta model yang dihasilkan sangat baik karena memiliki nilai MSE yang lebih kecil dibandingkan dengan fungsi kernel lainnya.

Metode regresi kernel *triangle* selanjutnya diterapkan pada data longitudinal, yaitu data laju pertumbuhan ekonomi Provinsi Nusa Tenggara Barat (NTB) tahun 2016-2020. Hal ini sangat perlu, mengingat kondisi perekonomian di NTB yang sempat mengalami penurunan drastis akibat gempa bumi dan pandemi *covid-19*. Laju pertumbuhan ekonomi juga dapat dijadikan sebagai patokan dalam melihat kemajuan dari suatu daerah. Faktor-faktor yang digunakan dalam penelitian ini merupakan faktor-faktor yang berpengaruh secara signifikan pada penelitian sebelumnya terkait laju pertumbuhan ekonomi, yaitu tingkat partisipasi angkatan kerja, Indeks Pembangunan Manusia (IPM), Dana Alokasi Umum (DAU), Pendapatan Asli Daerah (PAD), dan kepadatan penduduk.

BAB III
LANDASAN TEORI

3.1 Matriks

Definisi $\mathbf{3.1.1}$ Matriks (Anton dan Rorres, 2014)
Sebuah matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan ini disebut entri dalam matriks.

Ukuran matriks didasarkan oleh jumlah baris (garis horizontal) dan kolom (garis vertikal) yang terdapat di dalamnya. Matriks dilambangkan dengan huruf besar, sedangkan elemen matriks dilambangkan dengan huruf kecil yang mempunyai m baris dan n kolom. secara umum sebuah matriks dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$\boldsymbol{X}_{m\times n}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

3.1.1 Jenis-jenis Matriks

Matriks dibedakan menjadi beberapa jenis sebagai berikut (Anton dan Rorres, 2014):

a. Matriks Bujur Sangkar

Definisi $\mathbf{3.1.2}$ Matriks bujur sangkar
Suatu matriks dengan n baris dan n kolom dimana $n \in N$ (banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom dalam matriks) dinamakan matriks persegi berorde n atau sering disebut juga dengan matriks bujur sangkar orde n.

$$\boldsymbol{X}_{n\times n}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

b. Matriks Nol

Definisi $\mathbf{3.1.3}$ Matriks nol
Matriks dengan seluruh elemennya bernilai nol dinamakan matriks nol.

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

c. Matriks Diagonal

Definisi $\mathbf{3.1.4}$ Matriks diagonal
Suatu matriks persegi dimana semua elemen di luar diagonal utamanya mempunyai nilai nol dan elemen pada diagonal utamanya tidak sama dengan nol.
Matriks diagonal dinyatakan dengan **D**.

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_n \end{bmatrix}$$

Matriks **D** adalah sebuah diagonal yang berukuran n dengan $n \in N$ dan $d_1,\ d_2,\ d_3,\ \cdots,\ d_n \in R$.

d. Matriks Identitas

Definisi $\mathbf{3.1.5}$ Matriks identitas
Matriks bujur sangkar dengan nilai 1 *pada seluruh anggota diagonal utama dan* 0 *di luar anggota diagonal utama disebut matriks identitas.*

$$\boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

3.1.2 Operasi pada Matriks

Pada dasarnya operasi pada matriks sama dengan operasi matematika biasa. Beberapa operasi matriks yang umum digunakan sebagai berikut (Anton dan Rorres, 2014):

a. Penjumlahan Matriks

Definisi $\mathbf{3.1.6}$ Penjumlahan matriks
Jika $\boldsymbol{A}$ dan $\boldsymbol{B}$ adalah sebarang dua matriks yang ukurannya sama, maka jumlah $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$ adalah matriks yang diperoleh dengan menambahkan bersama-sama entri yang bersesuaian dalam kedua matriks tersebut.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$

b. Pengurangan Matriks

Definisi $\mathbf{3.1.7}$ Pengurangan matriks
Jika $\boldsymbol{A}$ dan $\boldsymbol{B}$ adalah sebarang dua matriks yang ukurannya sama, maka jumlah $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ adalah matriks yang diperoleh dengan mengurangkan bersama-sama entri yang bersesuaian dalam kedua matriks tersebut.

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$$

c. Perkalian Matriks

Perkalian matriks terdiri dari perkalian matriks dengan skalar dan perkalian matriks dengan matriks yang dijelaskan pada definisi berikut:

Definisi $\mathbf{3.1.8}$ Perkalian matriks dengan skalar
Jika $\boldsymbol{A}$ adalah suatu matriks dan k adalah skalar, maka hasil kali $k\boldsymbol{A}$ adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan masing-masing entri dari $\boldsymbol{A}$ dengan k.

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$k\boldsymbol{A}=k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

Definisi $\mathbf{3.1.9}$ Perkalian matriks dengan matriks
Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks $m\times r$ dan $\boldsymbol{B}$ adalah matriks $r\times n$, maka hasil kali $\boldsymbol{AB}$ adalah matriks $m\times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut. untuk menentkan entri dalam baris i dan kolom j dari $\boldsymbol{AB}$, pilihlah baris i dari matriks $\boldsymbol{A}$ dan kolom j pada matriks $\boldsymbol{B}$. Kalikan entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut, kemudian jumlahkan hasil kali yang dihasilkan.

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} e & f & g \\ h & i & j \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{AB}=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} e & f & g \\ h & i & j \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} a.e+c.h & a.f+c.i & a.g+c.j \\ b.e+d.h & b.f+d.i & b.g+d.j \end{bmatrix}$$

d. Transpose Matriks

Transpose pada matriks merupakan bentuk operasi pada matriks dimana susunan baris diubah menjadi susunan kolom, begitu sebaliknya.

Definisi $\mathbf{3.1.10}$ Transpose matriks
Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks $m\times n$, maka transpose $\boldsymbol{A}$ dinyatakan dengan $\boldsymbol{A^T}$, didefinisikan sebagai matriks $n\times m$ yang didapatkan dengan mempertukarkan baris dan kolom dari $\boldsymbol{A}$, sehingga kolom

pertama $\boldsymbol{A^T}$ adalah baris pertama dari matriks $\boldsymbol{A}$, begitu seterusnya.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A^T} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

e. Determinan Matriks

Definisi 3.1.11 Determinan matriks
Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks persegi, maka minor entri a_{ij} dinyatakan dengan M_{ij} dan didefinisikan sebagai determinan submatriks $\boldsymbol{A}$ setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan dari faktor $\boldsymbol{A}$. Bilangan $(-1)^{i+j}M_{ij}$ dinyatakan sebagai C_{ij} dan kofaktor entri a_{ij}.

f. Invers Matriks

Definisi 3.1.12 Invers matriks
Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks bujur sangkar, dan jika terdapat suatu matriks $\boldsymbol{B}$ dengan ukuran yang demikian sehingga $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{BA} = \boldsymbol{I}$, maka $\boldsymbol{A}$ dapat dibalik (invertible) dan $\boldsymbol{B}$ dikatakan invers dari $\boldsymbol{A}$.

Jika $\boldsymbol{A}$ dapat dibalik, maka inversnya dapat dinyatakan dengan notasi $\boldsymbol{A^{-1}}$, sebagai berikut:

$$\boldsymbol{AA^{-1}} = \boldsymbol{I} = \boldsymbol{A^{-1}A}$$

g. Trace Matriks

Definisi 3.1.13 *Trace* matriks
Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks persegi, maka trace dari $\boldsymbol{A}$ dinotasikan dengan $tr(A)$, didefinisikan sebagai jumlah entri dari diagonal utama $\boldsymbol{A}$. Trace dari $\boldsymbol{A}$ tidak terdefinisi jika $\boldsymbol{A}$ bukan merupakan matriks persegi.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$
$$tr(A) = a + d$$

3.2 Fungsi dan Turunan

Definisi 3.2.1 Fungsi (Varberg dan Purcell, 2010)
Sebuah fungsi f adalah suatu aturan korespondensi yang menghubungkan tiap obyek x dalam satu himpunan, yang disebut daerah asal (domain), dengan sebuah nilai tunggal $f(x)$ dari suatu himpunan kedua yang disebut daerah kawan (kodomain). Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil (range) fungsi.

Definisi $\mathbf{3.2.2}$ Turunan (Varberg dan Purcell, 2010)
Turunan fungsi f adalah fungsi dari f' yang nilainya pada sembarang nilai x adalah:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \tag{3.1}$$

dengan syarat nilai limit dari $f(x)$ ada.

Definisi $\mathbf{3.2.2}$ Turunan Parsial (Varberg dan Purcell, 2010)
Jika f suatu fungsi dengan n variabel, maka turunan parsial fungsi f terhadap x_1 di $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ dinyatakan oleh $f_{xi}(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ atau $\frac{\partial}{\partial x_1} f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ didefinisikan oleh:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x_1} f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\ &= f' = \lim_{\Delta r\to 0}\frac{f(x_1+\Delta x, x_2, \cdots, x_n) - f(x_1, x_2, \cdots, x_n)}{\Delta x} \end{aligned} \tag{3.2}$$

Turunan parsial terhadap $\mathrm{x}_2, \cdots, \mathrm{x}_\mathrm{n}$ didefinisikan dengan cara yang sama.

3.3 Data Longitudinal

Data longitudinal disebut juga *repeated measurement data*, merupakan data dengan pengamatan yang dilakukan pada n subjek yang saling bebas, dengan subjek diamati secara berulang dalam t kurun waktu (Liang dan Zeger, 1986).

Data longitudinal memiliki karakteristik yang berbeda jika dibandingkan dengan data *cross-section* maupun data *time-series*. Pada data longitudinal tersusun atas sejumlah *time-series* yang relatif pendek, karena memungkinkan hanya terdiri atas dua atau tiga waktu yang berbeda untuk setiap subjeknya. Di sisi lain, pada data *time-series* terdiri atas satu subjek yang memiliki urutan waktu yang relatif panjang. Sedangkan data *cross-section* terdiri atas sejumlah subjek dalam satu waktu (Varberg dan Molenbergh, 2000). Kelebihan menggunakan data longitudinal adalah dapat mengetahui keragaman individu (*individual heterogeneity*), tidak membutuhkan subjek yang banyak karena pengamatannya berulang, mampu meminimumkan masalah multikolinearitas karena banyaknya informasi yang ada pada data, dan estimasinya lebih efisien karena dilakukan pada setiap pengamatan (Harlan, 2018).

3.4 Analisis Regresi

Analisis regresi adalah suatu metode sederhana untuk melakukan investigasi mengenai hubungan fungsional di antara beberapa variabel. Hubungan antara beberapa variabel tersebut diwujudkan dalam suatu model matematis. Pada model regresi, variabel dibedakan menjadi dua bagian, yaitu variabel terikat dan variabel bebas (Nawari, 2010).

Manfaat dari hasil analisis regresi adalah untuk membuat keputusan apakah peningkatan dan penurunan variabel terikat dapat dilakukan melalui peningkatan variabel bebas atau tidak. Sebagai contoh, peningkatan jumlah penjualan dapat dilakukan melalui peningkatan jumlah iklan atau tidak (Draper dan Smith, 1992).

Dalam analisis regresi, variabel terikat yang dipengaruhi secara linear oleh satu variabel bebas disebut regresi linear sederhana, sedangkan variabel terikat yang dipengaruhi secara linear oleh dua atau lebih variabel bebas disebut regresi linear berganda (Gujarati, 2004). Bentuk umum dari persamaan regresi linear berganda dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathrm{y} = \beta_0 + \beta_i x_i + \varepsilon\,;\; i = 1, 2, \dots, n \tag{3.3}$$

dengan,

y : variabel terikat

x_i : variabel bebas pada pengamatan ke-i

β_0, β_i : koefisien regresi yang akan diamati

ε : sisaan/residual

Apabila $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_i$ adalah estimator atas β_0 dan β_i, maka persamaan penaksir sebenarnya adalah:

$$\hat{\mathrm{y}} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_i x_i \tag{3.4}$$

Sehingga,

$$\hat{\mathrm{y}} = y + \hat{\varepsilon} \tag{3.5}$$

dengan $\hat{\varepsilon}$ adalah sisaan (residual) estimasi.

3.5 Regresi Nonparametrik

Analisis regresi nonparametrik adalah metode pendugaan model regresi dengan pendugaan dilakukan berdasarkan teknik pemulus atau *smoothing*. Regresi nonparametrik digunakan jika tidak terdapat informasi sebelumnya tentang bentuk kurva regresi (Sukarsa dan Srinadi, 2012).

Model regresi nonparametrik dapat ditulis sebagai berikut (Hardle, 1990):

$$y = m(x) + \varepsilon \tag{3.6}$$

dengan,

y = variabel terikat

x = variabel bebas komponen nonparametrik

m = fungsi regresi yang tidak diketahui

ε = sisaan/residual

Di dalam regresi nonparametrik, terdapat beberapa teknik *smoothing*, di antaranya estimator histogram, kernel, deret *orthogonal, spline*, k-*Nearest Neighbour,* deret Fourier, dan Wavelet. Estimator yang umum digunakan dalam regresi nonparametrik adalah *spline* dan kernel (Eubank, 1998).

3.6 Fungsi Kernel

3.6.1 Definisi Fungsi Kernel

Estimator kernel diperkenalkan oleh Rosenblatt pada tahun 1956 yang merupakan pengembangan dari estimator histogram. Rosenblatt mengusulkan untuk menempatkan parameter pemulus (*smoothing*) di setiap pengamatan. Estimator kernel memiliki parameter pemulus yang mengatur tingkat kehalusan kurva yang disebut *bandwidth* (h). Pemilihan h akan mempengaruhi hasil *smoothing* kernel. Nilai h yang semakin kecil akan menyebabkan bentuk kurva semakin kasar. Sebaliknya, semakin besar nilai h akan menyebabkan kurva semakin mulus (Hardle, 1990).

Menurut Hardle (1994), suatu fungsi kernel harus merupakan fungsi kontinu, bilangan riil, simetris, dan terbatas. Secara umum, fungsi kernel didefiinisikan sebagai berikut:

$$K_h(x) = \frac{1}{h} K\left(\frac{x}{h}\right), \text{ untuk } -\infty < x < \infty \text{ dan } h > 0 \qquad (3.10)$$

dengan,

K = fungsi kernel

h = parameter pemulus (*smoothing*)

Fungsi kernel di atas harus memenuhi beberapa syarat, yaitu:

a. $K(x) \geq 0$, untuk semua $x \in R$

b. $\int_{-\infty}^{\infty} K(x)dx = 1$

c. $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 K(x)dx = \sigma^2 > 0$

d. $\int_{-\infty}^{\infty} x K(x)dx = 0$

Hardle (1990) menyatakan bahwa estimator kernel memiliki beberapa kelebihan, di antaranya:

a. Mempunyai bentuk yang fleksibel dan mudah dalam perhitungan matematis.
b. Mempunyai bentuk kekonvergenan yang relatif cepat.

3.6.2 Macam-Macam Fungsi Kernel

Pada estimator kernel, terdapat beberapa macam fungsi kernel, di antaranya dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 3.1 Macam-macam Fungsi Kernel

Fungsi Kernel	K(x)
Uniform	$\frac{1}{2} \quad : \lvert x\rvert \leq 1, 0$ selainnya
Triangle	$(1 - \lvert x\rvert) \quad : \lvert x\rvert \leq 1, 0$ selainnya
Epanechnikov	$\frac{3}{4}(1 - x^2) \quad : \lvert x\rvert \leq 1, 0$ selainnya
Kuadrat	$\frac{15}{16}(1 - x^2)^2 \quad : \lvert x\rvert \leq 1, 0$ selainnya
Triweight	$\frac{35}{32}(1 - x^2)^3 \quad : \lvert x\rvert \leq 1, 0$ selainnya
Gaussian	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(\frac{1}{2}(-x^2)\right) \quad : -\infty \leq x \leq \infty$
Cosinus	$\frac{\pi}{4} cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \quad : \lvert x\rvert \leq 1, 0$ selainnya

Sumber: Indrayanti, 2014

Fungsi kernel yang umum digunakan adalah kernel Gaussian, Epanechnikov, dan *Triangle*. Kernel *Triangle* lebih mudah dan cepat dalam peritungan dibandingkan dengan fungsi kernel yang lain (Sukarsa & Srinadi, 2012). Menurut Puspitasari, dkk. (2012), fungsi kernel *triangle* memiliki MSE yang lebih kecil dibandingkan dengan fungsi kernel lainnya dan perhitungannya lebih sederhana.

Teknik regresi nonparametrik kernel dibagi menjadi tiga macam, yaitu (Wu dan Zhang, 2006):

a. Estimator Nadaraya-Watson

   1. Univariat

$$m(x) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{h} K\left(\frac{x_i - x}{h}\right) y_i}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{h} K\left(\frac{x_i - x}{h}\right)} \tag{3.11}$$

   2. Multivariat

$$m(x) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \left(\prod_{j=1}^{l} \frac{1}{h_j} K\left(\frac{x_{ij} - x_j}{h_j}\right)\right) y_i}{\sum_{i=1}^{n} \left(\prod_{j=1}^{l} \frac{1}{h_j} K\left(\frac{x_{ij} - x_j}{h_j}\right)\right)} \tag{3.12}$$

b. Estimator Priestley-chao

$$m(x) = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{h} (x_{i-1} - x) Y_i K\left(\frac{x_i - x}{h}\right) \tag{3.13}$$

c. Estimator Gasser-Muller

$$m(x) = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{h} Y_i \int_{s_{i-1}}^{s_i} K\left(\frac{x_i - x}{h}\right) dx \tag{3.14}$$

Teknik yang paling sering digunakan untuk menaksir fungsi regresi $m(x)$ adalah Nadaraya-Watson (Halim dan Bisono, 2012).

Pada penelitian ini digunakan teknik Nadaraya-Watson multivariat, karena data yang digunakan memiliki lebih dari satu variabel bebas.

3.6.3 Regresi Kernel Nadaraya-Watson

Regresi kernel Nadaraya-Watson merupakan kasus dari kurva regresi polinomial lokal yaitu teknik regresi nonparametrik yang berguna untuk mengeksplorasi struktur data (Demir dan Toktami, 2010).

Nadaraya-Watson sering digunakan untuk menaksir fungsi regresi $m(x)$ pada Persamaan (3.6). Estimator ini diperoleh dengan mengunakan metode penaksiran fungsi densitas kernel. Bentuk persamaan regresi dengan metode Nadaraya-Watson adalah:

$$\widehat{m}(x) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}\left(\prod_{j=1}^{l}\frac{1}{h_j}K\left(\frac{x_{ij}-x_j}{h_j}\right)\right)y_i}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}\left(\prod_{j=1}^{l}\frac{1}{h_j}K\left(\frac{x_{ij}-x_j}{h_j}\right)\right)} \qquad (3.15)$$

dengan,

$\widehat{m}(x)$: fungsi Nadaraya-Watson

K : fungsi kernel

h : *bandwidth*

i : indeks tempat $= 1, 2, \dots, m$

j : indeks variabel $= 1, 2, \dots, l$

Persamaan (3.14) di atas merupakan suatu model regresi kernel Nadaraya-Watson dengan menggunakan data *cross section*. Model tersebut menggunakan n subjek pengamatan pada satu waktu. Jika n subjek tersebut diamati secara berulang dalam kurun waktu tertentu, maka model tersebut dapat dikembangkan menjadi model regresi kernel Nadaraya-Watson pada data longitudinal. Secara umum, model regresi kernel pada data longitudinal dapat dituliskan pada persamaan berikut:

$$\widehat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{t=1}^{n}\left(\prod_{j=1}^{l}\frac{1}{h_j}K\left(\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right)\right)y_{it}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{t=1}^{n}\left(\prod_{j=1}^{l}\frac{1}{h_j}K\left(\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right)\right)} \qquad (3.16)$$

dengan,

t : indeks waktu $= 1, 2, \dots, n$

Pada penelitian ini digunakan fungsi kernel *triangle* yang didefinisikan sebagai berikut:

$$K(x) = (1 - |x|);\ |x| \leq 1, 0 \text{ selainnya} \tag{3.17}$$

maka dengan mensubstitusikan Persamaan (3.17) ke dalam Persamaan (3.16), estimator Nadaraya-Watson menjadi:

$$\widehat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} \left(\prod_{j=1}^{l} \frac{1}{h_j} \left(1 - \left| \frac{x_{itj} - x_j}{h_j} \right| \right) \right) y_{it}}{\sum_{i=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} \left(\prod_{j=1}^{l} \frac{1}{h_j} \left(1 - \left| \frac{x_{itj} - x_j}{h_j} \right| \right) \right)} \tag{3.18}$$

Menurut Suparti, dkk. (2014), Nadaraya-Watson juga dikenal sebagai regresi polinomial lokal berorde 0 atau disebut juga dengan kurva regresi konstan lokal. Secara umum, regresi polinomial lokal adalah alat regresi nonparametrik yang berguna untuk mengeksplorasi struktur data yang baik (Kai, dkk., 2010). Regresi polinomial lokal merupakan perluasan dari deret *Taylor* di sekitar x. Deret *Taylor* merupakan alat yang utama untuk menurunkan suatu metode numerik dan berguna untuk menghampiri fungsi ke dalam bentuk polinom. Berikut persamaan regresi polinomial lokal pada data longitudinal:

$$y(x_{itj}) = f(x) + (x_{itj} - x)f'(x) + \frac{(x_{itj} - x)^2}{2!} f''(x) + \cdots + \frac{(x_{itj} - x)^p}{p!} f^{(p)}(x) \tag{3.19}$$

dengan,

i merupakan indeks lokasi $= 0, 1, 2, \cdots, m$

t merupakan indeks waktu $= 0, 1, 2, \cdots, n$

j merupakan indeks variabel bebas $= 0, 1, 2, \cdots, l$

Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk matriks berikut:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.20}$$

dengan,

$$\boldsymbol{Y}_{(mn\times 1)} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{11} \\ \vdots \\ \hat{y}_{1n} \\ \hat{y}_{2n} \\ \vdots \\ \hat{y}_{2n} \\ \vdots \\ \hat{y}_{m1} \\ \vdots \\ \hat{y}_{mn} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{X}_{(mn\times p+1)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X_1} \\ \boldsymbol{X_2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{X_m} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{X_i}_{(n\times p+1)} = \begin{bmatrix} 1 & (x_1 - x) & (x_1 - x)^2 & \cdots & (x_1 - x)^p \\ 1 & (x_2 - x) & (x_2 - x)^2 & \cdots & (x_2 - x)^p \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (x_n - x) & (x_n - x)^2 & \cdots & (x_n - x)^p \end{bmatrix},$$

dengan $i = 1,2,\dots,m$

$$\boldsymbol{\beta}_{(p+1\times 1)} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\varepsilon}_{(mn\times 1)} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1n} \\ \varepsilon_{2n} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2n} \\ \vdots \\ \varepsilon_{m1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{mn} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya bentuk persamaan regresi polinomial lokal orde 0 sebagai berikut.

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.21}$$

dengan

$$\boldsymbol{Y}_{(mn\times 1)} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{11} \\ \vdots \\ \hat{y}_{1n} \\ \hat{y}_{21} \\ \vdots \\ \hat{y}_{2n} \\ \vdots \\ \hat{y}_{m1} \\ \vdots \\ \hat{y}_{mn} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{X}_{(50\times 1)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X_{11}} \\ \boldsymbol{X_{12}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{X_{105}} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{X_{11}} = \boldsymbol{X_{12}} = \cdots = \boldsymbol{X_{105}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(1\times1)} = [\beta_0], \qquad \boldsymbol{\varepsilon}_{(50\times1)} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \vdots \\ \varepsilon_{15} \\ \varepsilon_{21} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2n} \\ \vdots \\ \varepsilon_{m1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{mn} \end{bmatrix}$$

Pada penelitian ini juga digunakan metode *Weighted Least Square* (WLS). Metode ini bertujuan untuk menaksir nilai estimasi (Yitnosumarto, 1990). Menurut Walpole, dkk. (2012), nilai estimasi yang dihasilkan haruslah mendekati nilai sebenarnya dari parameter yang diestimasi tersebut.

Kemudian dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat terbobot, diperoleh persamaan WLS sebagai berikut (Maziyya, dkk., 2015):

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X^T W X})^{-\mathbf{1}} \boldsymbol{X^T W Y} \tag{3.22}$$

Pada regresi nonparametrik kernel, pengaruh fungsi kernel kurang signifikan dibandingkan dengan pengaruh *bandwidth* (h). Jika nilai h sangat besar, estimator akan sangat mulus dan menuju rata-rata dari variabel terikat serta memiliki bias yang besar. Sebaliknya, semakin kecil nilai h, maka grafik akan semakin kasar, namun memiliki bias yang kecil. Karena tujuan dari estimasi kernel adalah memperoleh kurva yang mulus namun memiliki nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang tidak terlalu besar, maka perlu dipilih nilai h optimal untuk mendapatkan grafik yang optimal. Salah satu cara memilih h optimal adalah dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV).

3.7 Uji Multikolinearitas

Multikolinearitas adalah suatu kondisi dimana terjadi korelasi/tidak saling bebas antara variabel bebas yang satu dengan yang lainnya. Multikolinearitas akan mengakibatkan simpangan baku dari estimator koefisien regresi menjadi besar dan nilai estimasi menjadi sangat sensitif terhadap perubahan dalam data (Mara, dkk., 2013). Besaran yang dapat digunakan untuk mendeteksi adanya multikolinearitas adalah faktor inflasi ragam (*Variance Inflation Factor* (VIF)). VIF digunakan sebagai kriteria untuk mendeteksi multikolinearitas pada regresi linear yang melibatkan lebih dari dua variabel bebas. Nilai VIF lebih besar dari 10 mengidentifikasi adanya masalah multikolinearitas yang serius (Ryan, 1997). VIF untuk koefisien regresi-j didefinisikan sebagai berikut (Sriningsih, dkk., 2018):

$$VIF_j = \frac{1}{1 - {R_j}^2} \tag{3.23}$$

dengan:

${R_j}^2$ = koefisien determinasi antara variabel bebas yang satu dengan variabel bebas lainnya pada persamaan regresi

j $= 1, 2, \ldots, r$ merupakan indeks variabel bebas (x)

3.8 Uji Asumsi Residual

Residual dari model regresi nonparametrik harus memenuhi asumsi Identik dan Independen. Tujuan dilakukannya pengujian asumsi residual ini adalah untuk memberikan kepastian bahwa persamaan regresi yang diperoleh memiliki ketepatan dalam estimasi, tidak bias, dan konsisten. Pengujian masing-masing asumsi tersebut sebagai berikut:

3.8.1 Uji Asumsi Identik

Uji asumsi identik bertujuan untuk menguji apakah varian dari residual model yang diperoleh konstan atau tidak. Sehingga uji ini disebut juga uji homogenitas varian residual. Jika asumsi ini tidak terpenuhi, maka akan menyebabkan estimasi koefisien menjadi kurang akurat atau kurang efisien. Salah satu cara untuk mendeteksi asumsi ini dengan membuat *scatter plot* antara residual dan estimasi respon ($\hat{y}$). Apabila plot menunjukkan sebaran data yang tidak acak atau membentuk pola tertentu, maka varian dari residual tidak konstan atau asumsi identik tidak terpenuhi (Ferdiana, 2017).

3.8.2 Uji Asumsi Independen

Pengujian asumsi independen bertujuan untuk mengetahui apakah terdapat autokorelasi antar residual dari model atau tidak. Menurut Alhusin (2003), untuk mendukung pengujian secara grafik, dapat dilakukan dengan menggunakan uji Durbin-Watson dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \rho = 0$ (tidak ada korelasi antar residual)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ada korelasi antar residual)

Statistik uji yang digunakan sebagai berikut:

$$dW = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{t=2}^{n}(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})^2}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{t=1}^{n}{\varepsilon_{it}}^2} \tag{3.24}$$

dengan ε_{it} merupakan residual data observasi ke-i pada peiode waktu t.

Kriteria pengambilan keputusan, H_0 ditolak jika $0 < dW < dL$.

Pembuktian ada tidaknya korelasi *error* bisa dilakukan dengan melihat tabel Durbin-Watson berikut.

Tabel 3.2 Kaidah Keputusan Pengujian Durbin-Watson

Range	Hipotesis Nol	Keputusan
$0 < dW < dL$	Ada korelasi positif	Terdapat autokorelasi
$dL < dW < dU$	Tidak ada korelasi positif	Tidak terdapat autokorelasi
$4 - dL < dW < 4$	Ada korelasi negatif	Terdapat autokorelasi
$4 - dU < dW < 4 - dL$	Tidak ada korelasi negatif	Tidak terdapat autokorelasi
$dU < dW < 4 - dU$	Tidak ada korelasi positif dan negatif	Tidak terdapat autokorelasi

Sumber: Gujarati, 2004

dengan,

dW = nilai Durbin-Watson atau nilai d_{hitung}

dL = batas bawah pada tabel Durbin-Watson

dU = batas atas pada tabel Durbin-Watson

3.9 Uji Kebaikan Model

Kebaikan suatu penduga dapat dilihat dari tingkat kesalahannya, semakin kecil tingkat kesalahan semakin baik estimasinya. Menurut Chatterjee & Hadi (2006), salah satu kriteria untuk menentukan estimator terbaik dalam model regresi adalah nilai koefisien determinasi ($\boldsymbol{R^2}$). $\boldsymbol{R^2}$ didefinisikan sebagai :

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT} = 1 - \frac{JKG}{JKT} \tag{3.25}$$

dengan,

$$JKR = \sum_{i=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} (\hat{y}_{it} - \bar{y})^2$$
$$JKG = \sum_{i=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} (y_{it} - \hat{y}_{it})^2$$
$$JKT = \sum_{i=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} (y_{it} - \bar{y})^2$$

dengan $0 \leq R^2 \leq 1$. Menurut Walpole dan Myers (1995), semakin besar nilai R^2, maka semakin baik pula model yang didapatkan, begitu pula sebaliknya. Jumlah Kuadrat Total (JKT) merupakan jumlah kuadrat simpangan dari rata-rata variabel terikat, Jumlah Kuadrat Regresi (JKR) merupakan jumlah kuadrat simpangan hasil dugaan dengan rata-rata variabel terikat y, dan Jumlah Kuadrat Galat (JKG) merupakan residual. Jadi, dapat ditulis sebagai berikut :

$$JKT = JKR + JKG$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} (y_{it} - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} (\hat{y}_{it} - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} (\hat{y}_{it} - \bar{y})^2 \tag{3.26}$$

dengan y_{it} adalah data aktual variabel terikat ke-i pada waktu t, $\bar{y}$ adalah rata-rata variabel terikat, sedangkan $\hat{y}_{it}$ adalah nilai hasil prediksi variabel terikat ke-i pada waktu t.

3.10 Ketepatan Prediksi

Pada kenyataannya tidak ada prediksi yang memiliki tingkat akurasi 100%, karena setiap prediksi pasti mengandung kesalahan atau residual. Oleh karena itu, untuk mengetahui metode prediksi dengan tingkat akurasi yang tinggi, maka dibutuhkan menghitung tingkat kesalahan dalam suatu prediksi. Semakin kecil tingkat kesalahan yang dihasilkan, maka semakin baik prediksi tersebut.

Alat ukur yang digunakan untuk menghitung kesalahan prediksi, yaitu *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) atau persentase rata-rata kesalahan mutlak. MAPE menyatakan persentase kesalahan hasil prediksi terhadap permintaan aktual selama periode tertentu. Secara sistematis, MAPE dinyatakan sebagai berikut (Rahman, 2017):

$$MAPE = \frac{1}{\mathrm{mn}}\sum_{\mathrm{i}=1}^{10}\sum_{\mathrm{t}=1}^{5}\left|\frac{\mathrm{y_{it}} - \hat{\mathrm{y}}_{\mathrm{it}}}{\mathrm{y_{it}}}\right| \times 100\% \tag{3.27}$$

dengan,

$i = 1,2,\cdots,m$

$t = 1,2,\cdots,n$

n = banyak pengamatan

y_{it} = data aktual variabel terikat ke-i pada waktu ke-t

$\hat{y}_{it}$ = data hasil prediksi variabel terikat ke-i pada waktu ke-t

Menurut Lewis (1982), nilai MAPE yang dihasilkan mempunyai interpretasi sebagai berikut :

a. $MAPE < 10\%$: hasil prediksi sangat akurat

b. $10\% \leq MAPE < 20\%$: hasil prediksi akurat

c. $20\% \leq MAPE < 50\%$: hasil prediksi cukup akurat

d. $MAPE \geq 50\%$: hasil prediksi tidak akurat

3.11 Pertumbuhan Ekonomi

Pertumbuhan ekonomi adalah kenaikan kapasitas dalam jangka panjang dari negara yang bersangutan untuk menyediakan berbagai barang ekonomi kepada penduduknya. Kenaikan kapasitas itu sendiri ditentukan atau dimungkinkan oleh adanya kemajuan atau penyesuaian-penyesuaian yang bersifat teknologi, institusional (kelembagaan) dan ideologis terhadap berbagai tuntutan keadaan yang ada (Tadaro, 2000).

3.12 Laju Pertumbuhan Ekonomi

Laju pertumbuhan ekonomi adalah suatu proses kenaikan produksi perkapita dalam jangka waktu tertentu. Laju pertumbuhan ekonomi ini menunjukkan pertumbuhan produksi barang dan jasa di suatu wilayah perekonomian. Adapun rumus untuk menghitung laju pertumbuhan ekonomi, yaitu (Tadaro, 2000):

$$Laju\ Pertumbuhan\ Ekonomi = \frac{PDRB_t - PDRB_{t-1}}{PDRB_{t-1}} \times 100\% \quad (3.28)$$

dengan,

$PDRB_t$: Produk Domestik Regional Bruto ke-t

$PDRB_{t-1}$: Produk Domestik Regional Bruto ke-$t-1$

3.13 Faktor-faktor yang diduga berpengaruh

Berikut variabel penelitian yang diduga mempengaruhi pertumbuhan ekonomi di NTB, yaitu:

3.13.1 Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

Kepadatan penduduk merupakan salah satu unsur penting yang memacu pertumbuhan ekonomi. Populasi yang besar adalah dasar pasar potensial yang menjadi sumber permintaan akan berbagai macam barang dan jasa yang kemudian akan menggerakkan berbagai macam kegiatan ekonomi sehingga menciptakan skala ekonomis produk yang menguntungkan semua pihak. Penduduk besar dianggap sebagai pemicu pembangunan. Jumlah penduduk yang besar dalam kacamata modern dipandang sebagai pemicu pertumbuhan ekonomi (Kharis, 2011).

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) adalah pengukuran perbandingan dari harapan hidup, melek huruf, pendidikan dan standar hidup untuk semua negara. Dalam *United Nations Development Programme* (UNDP), pembangunan manusia dalah suatu proses untuk memperbesar pilihan-pilihan bagi manusia. Adanya peningatan IPM dapat memungkinkan meningkatnya *output* dan pendapatan di masa mendatang sehingga akan meningkatkan pertumbuhan ekonomi (Susetyo, 2011). Tahap perhitungan IPM adalah sebagai berikut (BPS, 2014):

a. Tahap pertama perhitungan IPM adalah menghitung indeks masing-masing komponen IPM (indeks harapan hidup $= x_1$, pengetahuan $= x_2$, dan standar hidup layak = x_3).

$$Indeks\ x_i = \frac{(x_i - x_{min})}{(x_{maks} - x_{min})} \tag{3.29}$$

dengan,

x_i : indikator komponen pembangunan manusia ke-i, dengan $i = 1,2,3$

x_{min} : nilai minimum x_i

x_{maks} : nilai maksimum x_i

b. Tahap kedua adalah menghitung rata-rata sederhana dari masing-masing indeks x_i dengan rumus:

$$IPM = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \tag{3.30}$$

dengan,

$x_1 =$ indeks angka harapan hidup

$x_2 = 2/3$ (indeks melek huruf) $+1/3$ (indeks rata-rata lama sekolah)

$x_3 =$ indeks konsumen perkapita yang disesuaikan

c. Tahap ketiga adalah menghitung reduksi *shortfall*, yang digunakan untuk mengukur kecepatan perkembangan nilai IPM dalam kurun waktu tertentu.

$$r = \{\frac{IPM_{t+n} - IPM_t}{IPM_{ideal} - IPM_t} x100\%\} \tag{3.31}$$

dengan,

IPM_t : IPM pada tahun t

IPM_{t+n} : IPM pada tahun $t + n$

IPM_{ideal} : 100%

3.13.2 Kepadatan Penduduk (KP)

Kepadatan penduduk merupakan salah satu unsur penting yang memacu pertumbuhan ekonomi. Populasi yang besar adalah dasar pasar potensial yang menjadi sumber permintaan akan berbagai macam barang dan jasa yang kemudian akan menggerakkan berbagai macam kegiatan ekonomi sehingga menciptakan skala ekonomis produk yang menguntungkan semua pihak. Penduduk besar dianggap sebagai pemicu pembangunan. Jumlah penduduk yang besar dalam kacamata modern dipandang sebagai pemicu pertumbuhan ekonomi (Kharis, 2011).

3.13.3 Dana Alokasi Umum (DAU)

Dana alokasi umum adalah dana yang berasal dari APBN yang dialokasikan dengan tujuan pemerataan kemampuan keuangan antar daerah untuk membiayai kebutuhan pengeluarannya dalam rangka pelaksanaan desentralisasi (Undang-undang Nomor 33 Tahun 2004). Selanjutnya formula DAU yaitu berasal dari 25% penerimaan dalam negeri dalam APBN (penerimaan dari minyak dan gas, penerimaan dari pajak serta penerimaan dari non-migas dan non-pajak) dengan membagi 10% untuk provinsi dan 90% untuk kabupaten/kota.

3.13.4 Pendapatan Asli Daerah (PAD)

Untuk meningkatkan kemandirian daerah, pemerintah daerah haruslah berupaya secara terus menerus menggali dan meningkatkan sumber keuangannya sendiri. Salah satunya adalah dengan upaya meningkatkan Pendapatan Asli Daerah (PAD), baik dengan meningkatkan pendapatan sumber PAD yang sudah ada maupun dengan penggalian sumber PAD yang baru sesuai dengan ketentuan yang berlaku serta memperhatikan kondisi dan potensi masyarakat.

3.13.5 Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK)

Penduduk merupakan faktor yang penting dalam meningkatnya produksi dan kegiatan ekonomi karena dalam penyediaan lapangan kerja, tenaga ahli, dan usahawan diperoleh dari penduduk itu sendiri (Sukirno, 2002). Tingkat partisipasi angkatan kerja merupakan faktor positif dalam upaya peningatan ekonomi. Semakin banyak partisipasi angkatan kerja, maka semakin besar juga tingkat produksi yang dihasilan dan berimbas kepada naiknya pertumbuhan ekonomi (Arsyad, 2004).

BAB IV
METODE PENELITIAN

4.1 Waktu Penelitian

Waktu pengerjaan penelitian ini yaitu tahun 2021 sampai dengan 2022.

4.2 Alat dan Data Penelitian

Alat yang digunakan dalam penelitian ini adalah *software R Studio*. Adapun *software R Studio* digunakan untuk menganalisis data.

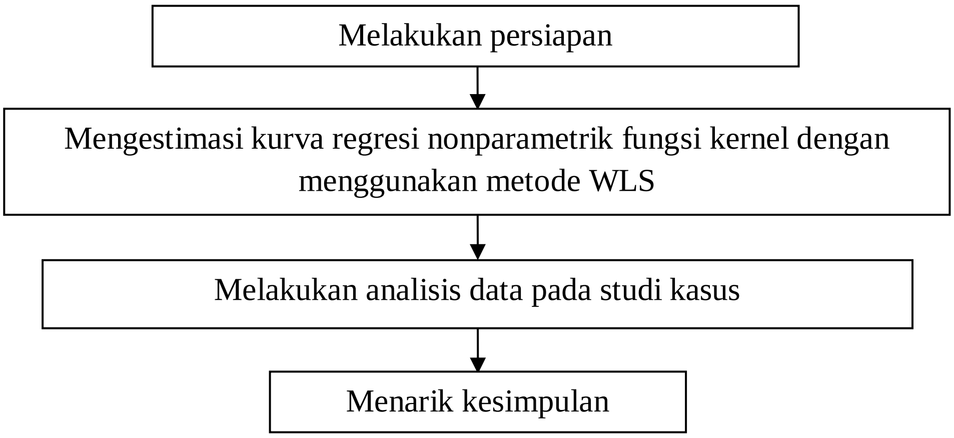
Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data longitudinal, yaitu laju pertumbuhan ekonomi kabupaten/kota di Provinsi NTB tahun 2016-2020. data tersebut merupakan data sekunder yang bersumber pada publikasi Badan Pusat Statistik (BPS) kabupaten/kota di NTB dan kementerian keuangan RI. Pada penelitian ini, data dibedakan atas variabel terikat dan beberapa variabel bebas. variabel-variabel tersebut disajikan pada Tabel 4.1 sebagai berikut:

Tabel 4.1 Variabel-variabel penelitian yang digunakan

Variabel	Keterangan	Satuan
y	Laju Pertumbuhan Ekonomi Kabupaten/Kota di Provinsi Nusa Tenggara Barat	$persen$ (%)
x_1	Indeks Pembangunan Manusia (IPM)	$persen$ (%)
x_2	Kepadatan Penduduk (KP)	$jiwa/km^2$
x_3	Dana Alokasi Umum (DAU)	$miliar\ Rp$
x_4	Pendapatan Asli Daerah (PAD)	$miliar\ Rp$
x_5	Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK)	$persen$ (%)

4.3 Prosedur Penelitian

Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini dapat dibagi menjadi beberapa tahap, yaitu secara singkat disajikan pada Gambar 4.1 berikut.



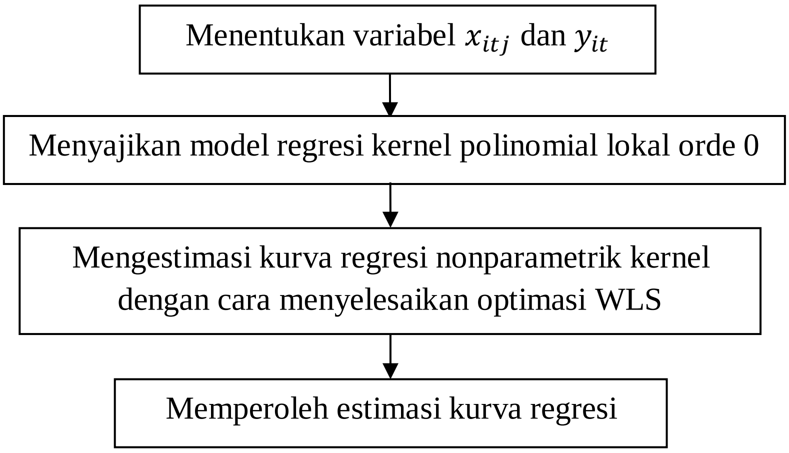
Gambar 4.1 Diagram alir langkah-langkah penelitian

Berikut diberikan penjelasan dari masing-masing tahapan pada Gambar 4.1:

a. Melakukan Persiapan

Pada tahap ini dilakukan studi literatur dengan mencari informasi yang dibutuhkan untuk menunjang penelitian ini melalui buku, jurnal, dan penelitian sebelumnya.

b. Mengestimasi kurva regresi nonparametrik fungsi kernel dengan menggunakan metode WLS. Adapun prosesnya dipaparkan dalam diagram alir berikut:



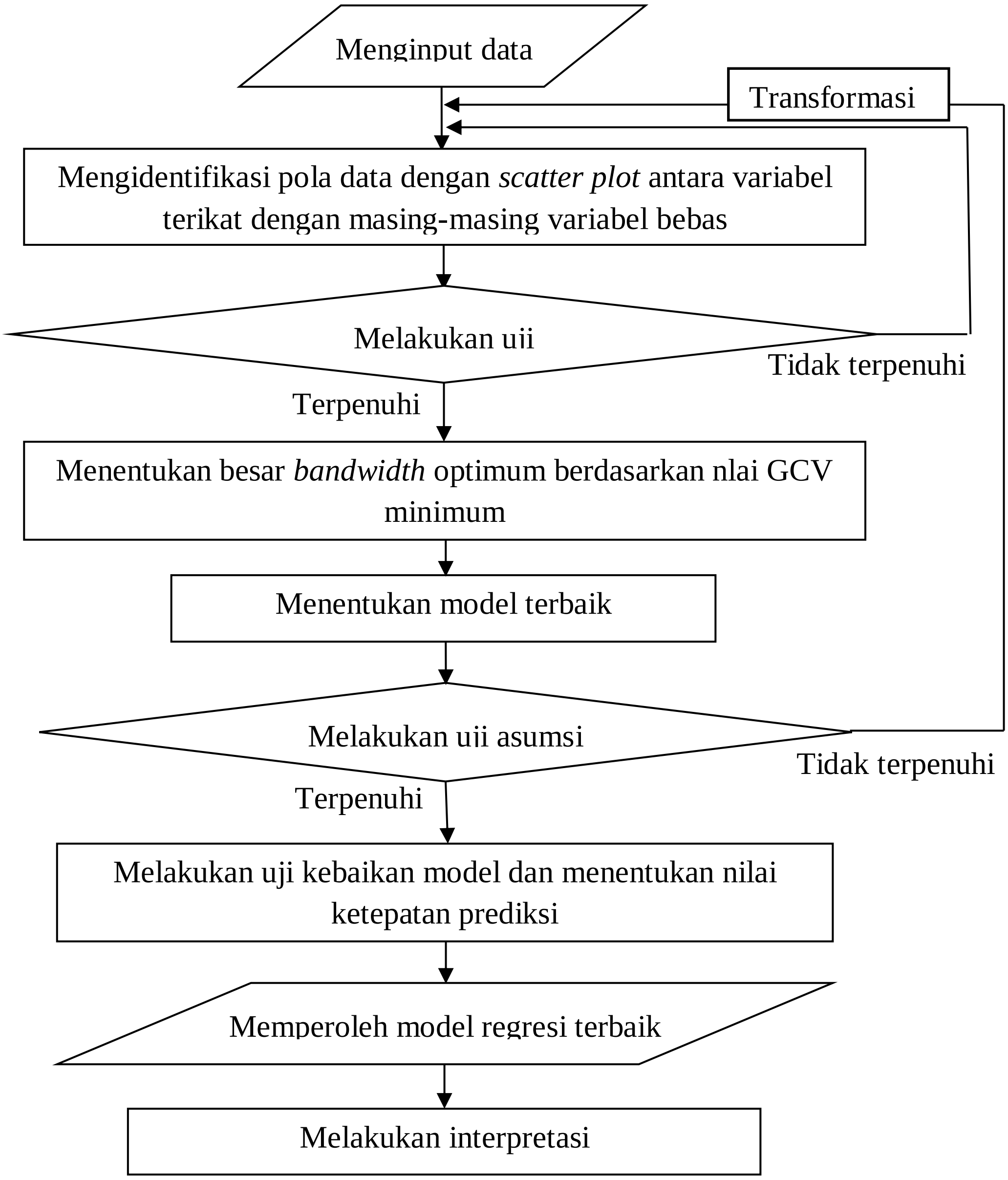
Gambar 4.2 Diagram alir estimasi kurva regresi nonparametrik kernel *triangle*

Berikut diberikan penjelasan dari Gambar 4.2:

1) Menentukan variabel x_{itj} dan y_{it} berdasarkan Persamaan (3.3).
2) Menyajikan model regresi nonparametrik kernel polinomial lokal orde 0 berdasarkan Persamaan (3.19).
3) Mengestimasi kurva regresi noparametrik kernel dengan cara menyelesaikan optimasi *Weighted Least Square* (WLS).
4) Memperoleh estimasi kurva regresi nonparametrik kernel *triangle.*

c. Melakukan analisis data pada studi kasus

Adapun proses analisis data laju pertumbuhan ekonomi Provinsi NTB dapat diamati pada diagram alir berikut:



Gambar 4.3 Diagram alir analisis data

Proses analisis data laju pertumbuhan ekonomi Provinsi NTB pada diagram alir di atas dijelaskan sebagai berikut:

1) Menginput data.
2) Membuat *scatter plot* antara variabel terikat dengan masing-masing variabel bebas yang ada.
3) Melakukan uji multikolinearitas.
4) Menentukan besar *bandwidth* optimum berdasarkan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) minimum.
5) Menentukan kurva regresi dengan pendekatan kernel *triangle* menggunakan nilai *bandwidth* optimum yang diperoleh.
6) Melakukan uji asumsi residual regresi nonparametrik.
7) Melakukan uji kebaikan model dengan menghitung nilai koefisien determinasi (R^2) pada Persamaan (3.25) dan mencari nilai MAPE data *out sample* berdasarkan Persamaan (3.27).
8) Memperoleh model terbaik regresi nonparametrik kernel *triangle* berdasarkan nilai R^2 dan MAPE.
9) Melakukan interpretasi terhadap hasil yang diperoleh.

d. Menyimpulkan hasil penelitian.

Pada tahap ini, dilakukan penarikam kesimpulan mengenai estimasi kurva regresi kernel *triangle* dan model laju pertumbuhan ekonomi Provinsi NTB yang didapatkan, serta faktor-faktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap laju pertumbuhan ekonomi Provinsi NTB.

BAB V
HASIL DAN PEMBAHASAN

5.1 Estimasi Kurva Regresi Nonparametrik Fungsi Kernel

Pada penelitian ini digunakan fungsi kernel Nadaraya-Watson atau sering disebut dengan regresi polinomial lokal berorde 0. Secara umum, regresi polinomial lokal merupakan perluasan dari deret Taylor di sekitar x. Deret Taylor merupakan alat yang utama untuk menurunkan suatu metode numerik dan berguna untuk menghampiri fungsi ke dalam bentuk polinom. Berikut persamaan umum regresi polinomial lokal pada data longitudinal:

$$y(x_{itj}) = f(x) + \left(x_{itj} - x\right)f'(x) + \frac{\left(x_{itj} - x\right)^2}{2!}f''(x) + \cdots + \frac{\left(x_{itj} - x\right)^p}{p!}f^{(p)}(x) \tag{5.1}$$

dengan,

i merupakan indeks lokasi $= 0, 1, 2, \cdots, m$

t merupakan indeks waktu $= 0, 1, 2, \cdots, n$

j merupakan indeks variabel bebas $= 0, 1, 2, \cdots, l$

Misalkan $\beta_k(x) = \frac{f^{(k)}(x)}{k!}$, k merupakan orde polinomial lokal $= 0, 1, 2, \cdots, p$, maka persamaan di atas juga dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned} y(x_{itj}) &= \beta_0(x) + \left(x_{itj} - x\right)\beta_1(x) + \left(x_{itj} - x\right)^2\beta_2(x) + \cdots \\ &\quad + \left(x_{itj} - x\right)^p\beta_p(x) + \varepsilon \\ &= \sum_{k=0}^{p} \left(x_{itj} - x\right)^k \beta_k(x) \end{aligned} \tag{5.2}$$

Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk matriks berikut:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{5.3}$$

dengan,

$$\boldsymbol{Y}_{(mn\times 1)}=\begin{bmatrix}\hat{y}_{11}\\ \vdots\\ \hat{y}_{1n}\\ \hat{y}_{2n}\\ \vdots\\ \hat{y}_{2n}\\ \vdots\\ \hat{y}_{m1}\\ \vdots\\ \hat{y}_{mn}\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{X}_{(mn\times p+1)}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X_1}\\ \boldsymbol{X_2}\\ \vdots\\ \boldsymbol{X_m}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{i}(n\times p+1)}=\begin{bmatrix}1 & (x_1-x) & (x_1-x)^2 & \cdots & (x_1-x)^p\\ 1 & (x_2-x) & (x_2-x)^2 & \cdots & (x_2-x)^p\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & (x_n-x) & (x_n-x)^2 & \cdots & (x_n-x)^p\end{bmatrix}, \text{ dengan } i=1,2,\dots,m$$

$$\boldsymbol{\beta}_{(p+1\times 1)}=\begin{bmatrix}\beta_0\\ \beta_1\\ \beta_2\\ \vdots\\ \beta_p\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{\varepsilon}_{(mn\times 1)}=\begin{bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \vdots\\ \varepsilon_{1n}\\ \varepsilon_{2n}\\ \vdots\\ \varepsilon_{2n}\\ \vdots\\ \varepsilon_{m1}\\ \vdots\\ \varepsilon_{mn}\end{bmatrix}$$

Pada penelitian ini digunakan metode *Weighted Least Square* (WLS). Inti dari metode WLS adalah menentukan estimasi yang meminimalkan Jumlah Kuadrat Galat (JKG) terbobot. Dengan demikian, jika $\widehat{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ adalah nilai prediksi dari $\boldsymbol{Y}$ ketika $X=X_{it}$, maka nilai galat terbobot yang diamati diperoleh dari selisih $\boldsymbol{Y}$ dengan $\widehat{\boldsymbol{Y}}$ dan JKG harus diminimalkan. Sehingga dapat ditulis menjadi (Maulidia, dkk., 2019):

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{T}}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}&=(\boldsymbol{Y}-\widehat{\boldsymbol{Y}})^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{Y}-\widehat{\boldsymbol{Y}})\\ &=\left(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})\end{aligned}\qquad (5.4)$$

Pada kasus ini digunakan fungsi kernel Nadaraya-Watson atau sering disebut dengan regresi polinomial lokal berorde 0, maka dapat ditulis:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{T}}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}=\left(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\left(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)\qquad (5.5)$$

dengan,

$$\boldsymbol{Y}_{(50\times1)} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{11} \\ \vdots \\ \hat{y}_{15} \\ \hat{y}_{21} \\ \vdots \\ \hat{y}_{25} \\ \vdots \\ \hat{y}_{101} \\ \vdots \\ \hat{y}_{105} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{X}_{(50\times1)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X_{11}} \\ \boldsymbol{X_{12}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{X_{105}} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{X_1} = \boldsymbol{X_2} = \cdots = \boldsymbol{X_{10}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(1\times1)} = [\beta_0],\ \boldsymbol{\varepsilon}_{(50\times1)} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \vdots \\ \varepsilon_{15} \\ \varepsilon_{21} \\ \vdots \\ \varepsilon_{25} \\ \vdots \\ \varepsilon_{101} \\ \vdots \\ \varepsilon_{105} \end{bmatrix}$$

dengan $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})$ merupakan matriks diagonal bobot berukuran 50×50:

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})_{(50\times50)} = diag\{\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})_{\boldsymbol{1}}, \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})_{\boldsymbol{2}}, \dots, \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})_{\boldsymbol{10}}\}$$

untuk $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{(50\times50)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{1}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{2}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{10}} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{1}(5\times5)} = \begin{bmatrix} \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{11j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{15j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{2}(5\times5)} = \begin{bmatrix} \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{21j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{25j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right) \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{10}(5\times5)} = \begin{bmatrix} \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1-\left|\frac{x_{101j}-x_{11j}}{h_j}\right|\right) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1-\left|\frac{x_{105j}-x_{11j}}{h_j}\right|\right) \end{bmatrix}$$

dengan $\mathbf{0}$ merupakan matriks dengan setiap entrinya bernilai 0 dan berukuran 5×5. begitu pula untuk $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{12}}), \cdots, \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{105}})$, diperoleh dengan cara yang sama.

dengan demikian, proses pencarian solusinya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{T}}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \left(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\left(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right) \\ &= \left(\boldsymbol{Y^T}-\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X^T}\right)\left(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right) \\ &= \boldsymbol{Y^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{Y^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}-\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y}+\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} \end{aligned} \tag{5.6}$$

$\boldsymbol{Y^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{Y^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}})^{\boldsymbol{T}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y}$, dengan $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})$ merupakan matriks diagonal dan keduanya merupakan skalar, sehingga persamaan di atas menjadi:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{T}}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{Y^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y}-2\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y}+\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} \tag{5.7}$$

JKG akan minimum apabila $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{T}$ memenuhi persamaan $\frac{\partial\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{T}}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\partial\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{T}} = 0$. Sehingga dicari turunan parsial dari JKG terhadap $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{T}$ dan menyamadengankan dengan nol, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{T}}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\partial\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{T}} &= \frac{\partial}{\partial\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{T}}}(\boldsymbol{Y^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y}-2\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y}+\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}) \\ 0 &= -2\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y}+2\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} \\ 2\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} &= 2\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y} \end{aligned}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{Y} \tag{5.8}$$

Jadi, model estimasi yang dihasilkan adalah:

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} \tag{5.9}$$

Karena pada polinomial lokal orde 0 hanya terdapat β_0 dan tidak terdapat parameter untuk setiap variabel bebas yang ada, maka pengali untuk $\boldsymbol{X}$ adalah matriks 1 berukuran 1×1. Sehingga model estimasi dapat ditulis menjadi:

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = [1]\widehat{\boldsymbol{\beta}} \tag{5.10}$$

dengan $(\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}})\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}}) = \widehat{\boldsymbol{H}}$.

Setelah diperoleh estimasi kurva regresi nonparametrik dengan pendekatan fungsi kernel Nadaraya-Watson, langkah selanjutnya adalah menentukan nilai *bandwidth* (parameter pemulus) dengan mencari nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) menggunakan persamaan sebagai berikut.

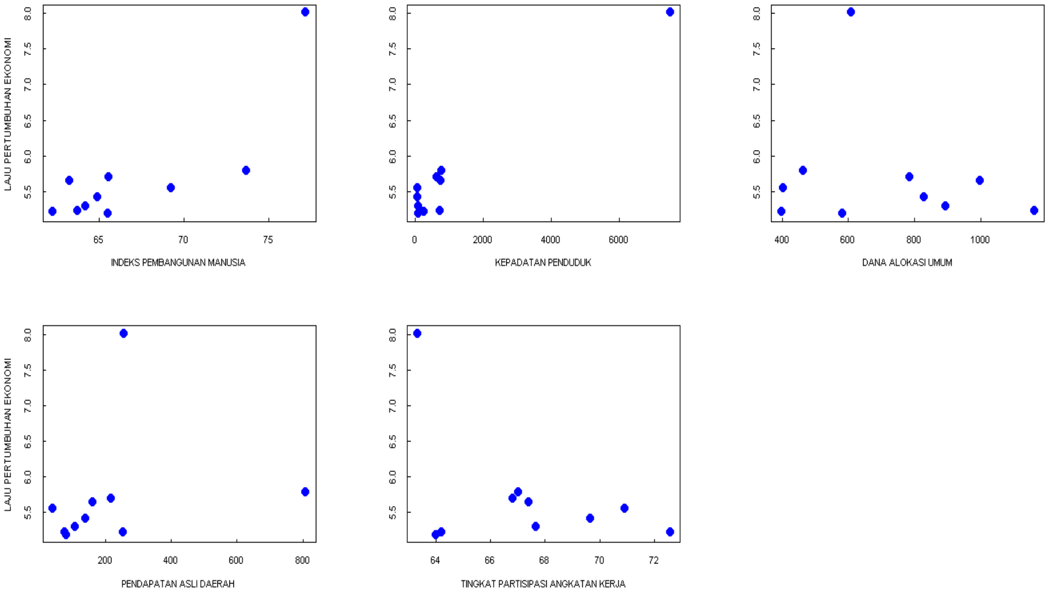
$$GCV = \frac{(50)^{-1}\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}(y_{it} - \hat{y}_{it})^2}{\left((50)^{-1}tr\left[\boldsymbol{I} - \widehat{\boldsymbol{H}}\right]\right)^2} \tag{5.11}$$

dengan m adalah jumlah lokasi pegamatan, t adalah waktu pegamatan, $\boldsymbol{I}$ adalah matriks identitas, dan $\widehat{\boldsymbol{H}}$ adalah matriks *hat*. Nilai GCV yang terkecil memberikan nilai *bandwidth* yang optimal.

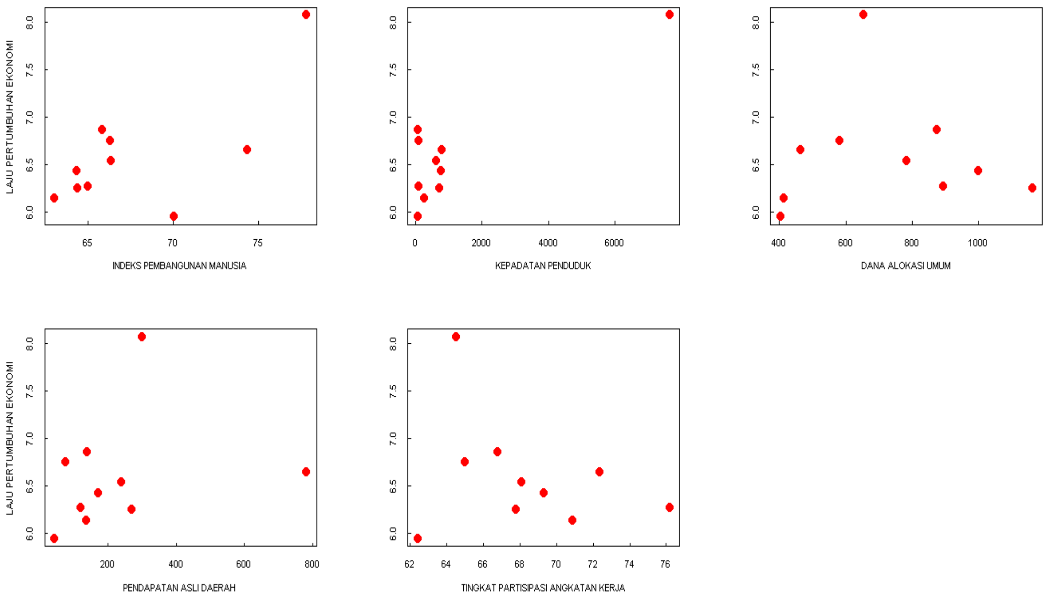
5.2 Aplikasi Pada Data Kasus

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder laju pertumbuhan ekonomi 10 Kabupaten/Kota di Nusa Tenggara Barat yang diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik dan kementerian keuangan Republik Indonesia. Pada penelitian ini digunakan metode regresi nonparametrik fungsi kernel, dengan terlebih dahulu mencari pola hubungan antara variabel terikat dengan masing-masing variabel bebas.

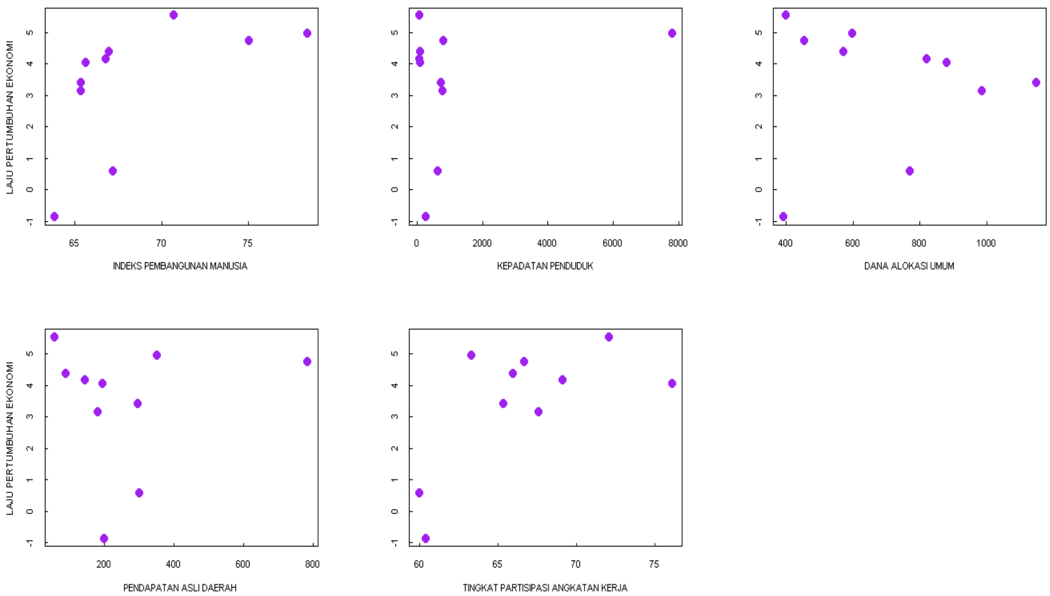
Dalam menentukan pola hubungan antara variabel terikat dengan masing-masing variabel bebas, dapat dilihat menggunakan *scatterplot* sebagai berikut.



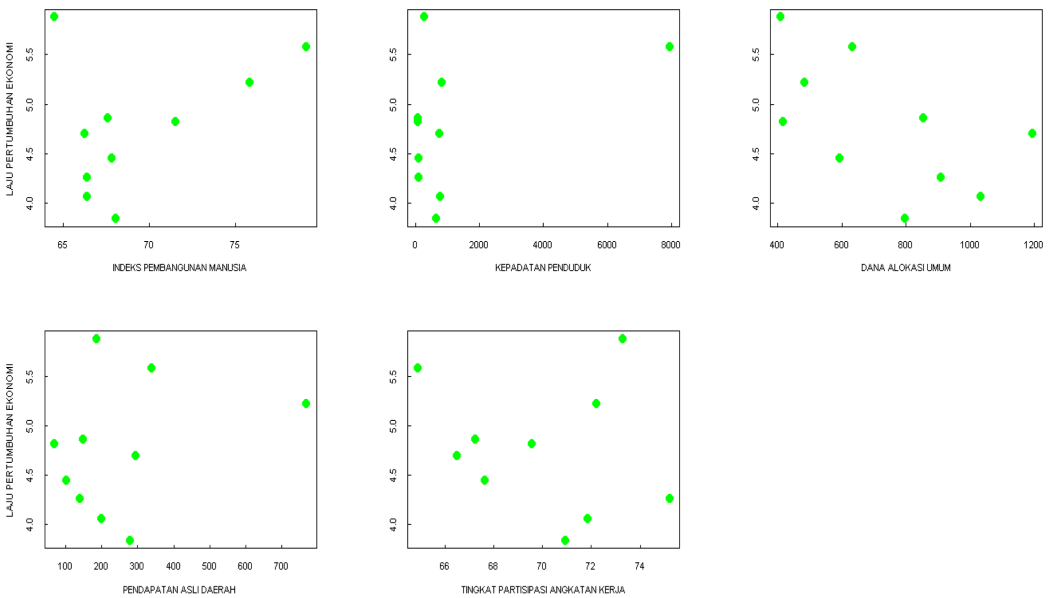
Gambar 5.1 *Scatterplot* variabel terikat LPE terhadap variabel bebas 2016



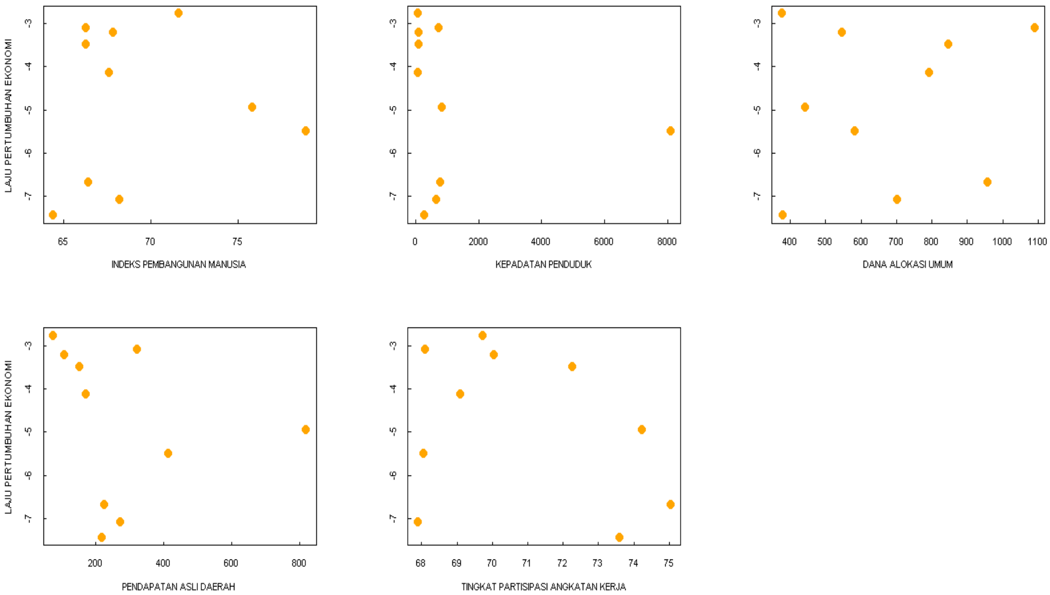
Gambar 5.2 *Scatterplot* variabel terikat LPE terhadap variabel bebas 2017



Gambar 5.3 *Scatterplot* variabel terikat LPE terhadap variabel bebas 2018



Gambar 5.4 *Scatterplot* variabel terikat LPE terhadap variabel bebas 2019



Gambar 5.5 *Scatterplot* variabel terikat LPE terhadap variabel bebas 2020

Berdasarkan Gambar 5.1 s.d. 5.5 di atas, terlihat bahwa pola hubungan antara variabel terikat LPE dengan masing-masing variabel bebas IPM, KP, DAU, PAD, dan TPAK tidak mengikuti suatu pola tertentu, sehingga estimasi model yang digunakan adalah regresi nonparametrik. Kemudian untuk mengetahui variabel yang akan digunakan pada tahap selanjutnya, maka dilakukan uji multikolinearitas.

5.3 Uji Multikolinearitas

Tujuan dilakukannya uji multikolinearitas adalah untuk meihat apakah terdapat hubungan antara masing-masing variabel bebas yang ada dalam model regresi. Dalam melakukan uji multikolinearitas, digunakan nilai VIF.

Untuk menghitung niali VIF digunakan persamaan sebagai berikut:

$$VIF_j = \frac{1}{1 - {R_j}^2}$$

Dari persamaan di atas, terlebih dahulu dicari nilai ${R_j}^2$ dengan $j = 1, 2, 3, 4, 5$. ${R_j}^2$ dapat diperoleh dengan menggunakan rumus korelasi berikut.

$$r_{12} = \frac{n(\sum\sum x_{it1}x_{it2}) - (\sum\sum x_{it1})(\sum\sum x_{it2})}{\sqrt{(n(\sum\sum x_{it1}{}^2) - (\sum\sum x_{it1})^2)(n(\sum\sum x_{it2}{}^2) - (\sum\sum x_{it2})^2)}}$$

$$= \frac{(50)(4277950{,}17) - (3419)(57051)}{\sqrt{\left((50)(234863{,}3132) - (3419)^2\right)\left((50)(315426289) - (57051)^2\right)}}$$

$$= \frac{18840139{,}5}{25902560}$$

$$= 0{,}727346623$$

$$r_{13} = \frac{n(\sum\sum x_{it1}x_{it3}) - (\sum\sum x_{it1})(\sum\sum x_{it3})}{\sqrt{(n(\sum\sum x_{it1}{}^2) - (\sum\sum x_{it1})^2)(n(\sum\sum x_{it3}{}^2) - (\sum\sum x_{it3})^2)}}$$

$$= \frac{(50)(2398944{,}235) - (3419)(35431{,}58)}{\sqrt{\left((50)(234863{,}3132) - (3419)^2\right)\left((50)(28171610{,}67) - (35431{,}58)^2\right)}}$$

$$= \frac{-1193360{,}25}{2865547}$$

$$= -0{,}416451141$$

$$r_{14} = \frac{n(\sum\sum x_{it1}x_{it4}) - (\sum\sum x_{it1})(\sum\sum x_{it4})}{\sqrt{(n(\sum\sum x_{it1}{}^2) - (\sum\sum x_{it1})^2)(n(\sum\sum x_{it4}{}^2) - (\sum\sum x_{it4})^2)}}$$

$$= \frac{(50)(869657{,}8585) - (3419)(12327{,}96)}{\sqrt{\left((50)(234863{,}3132) - (3419)^2\right)\left((50)(5076452{,}253) - (12327{,}96)^2\right)}}$$

$$= \frac{1333597{,}685}{2336517}$$

$$= 0{,}570762990$$

$$r_{15} = \frac{n(\sum\sum x_{it1}x_{it5}) - (\sum\sum x_{it1})(\sum\sum x_{it5})}{\sqrt{(n(\sum\sum x_{it1}{}^2) - (\sum\sum x_{it1})^2)(n(\sum\sum x_{it5}{}^2) - (\sum\sum x_{it5})^2)}}$$

$$= \frac{(50)(234468{,}3815) - (3419)(3430{,}97)}{\sqrt{\left((50)(234863{,}3132) - (3419)^2\right)\left((50)(5076452{,}253) - (3430{,}97)^2\right)}}$$

$$= \frac{-7067{,}355}{44592}$$

$$= -0{,}158490932$$

kemudian diperoleh nilai korelasi rata-rata antar variabel bebas 1 dengan variabel bebas yang lain sebagai berikut:

$r_1 = r_{12} + r_{13} + r_{14} + r_{15}$

$r_1 = 0{,}727346623 + (-0{,}416451141) + 0{,}570762990 + (-0{,}158490932)$

$= 0{,}723167539$

dari nilai korelasi di atas, diperoleh nilai ${R_1}^2 = 0{,}52297129$

sehingga didapatkan nilai VIF_1 berikut:

$$VIF_1 = \frac{1}{1 - 0{,}52297129}$$

$VIF_1 = 2{,}096309884$

Jadi, nilai VIF_1 sebesar $1{,}033790161$. Selanjutnya untuk nilai VIF variabel bebas yang lain dilakukan dengan menggunakan bantuan aplikasi R. Berikut merupakan hasil yang diperoleh.

Tabel 5.1 Uji multikolinearitas

Variabel	VIF
x_1	$2{,}096$
x_2	$1{,}432$
x_3	$1{,}144$
x_4	$1{,}973$
x_5	$1{,}306$

Berdasarkan tabel di atas, dapat dilihat bahwa nilai VIF untuk setiap variabel bebas kurang dari 10. Hal ini menunjukkan bahwa tidak terjadi multikolinearitas atau saling bebas antar variabel bebas. Berdasarkan uji multikolinearitas tersebut maka penelitian ini dapat dilanjutkan dengan menggunakan semua variabel bebas, yaitu $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ dan\ x_5$.

5.4 Pemilihan *Bandwidth* Optimum

Berdasarkan pendekatan regresi nonparametrik Nadaraya-Watson, dari data laju pertumbuhan ekonomi dilakukan pemilihan *bandwidth* optimum menggunakan kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV) dengan bantuan Algoritma Genetika. Pemilihan *bandwidth* optimum dilakukan dengan menentukan nilai GCV minimum untuk menghasilkan kurva regresi yang baik sesuai data yang ada.

Berikut merupakan perhitungan nilai GCV menggunakan Persamaan (5.11).

$$GCV = \frac{(50)^{-1}\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}(y_{it} - \hat{y}_{it})^2}{\left((50)^{-1}tr\left[\boldsymbol{I} - \widehat{\boldsymbol{H}}\right]\right)^2}$$

Untuk persamaan estimasi digunakan persamaan berikut.

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}$$

dengan $\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X^T}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}}))\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X^T}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{it}}))\boldsymbol{Y}$

Untuk mencari nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ pada lokasi dan waktu pertama, digunakan persamaan $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{11}}$ berikut.

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{11}} = (\boldsymbol{X^T}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}}))\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X^T}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}}))\boldsymbol{Y}$$

$\boldsymbol{X}$ merupakan variabel polinomial lokal orde nol. Bentuk dari $\boldsymbol{X}$ sebagai berikut.

$$\boldsymbol{X}_{(50\times1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh matriks $\boldsymbol{X^T}$ berikut.

$$\boldsymbol{X^T}_{(1\times50)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Kemudian $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})$ merupakan matriks parameter pembobot yang berfungsi untuk mengatur kemulusan kurva yang akan diperoleh. berikut merupakan nilai matriks $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})$.

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{(50\times50)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{1}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{2}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{10}} \end{bmatrix}$$

dengan $\boldsymbol{0}$ merupakan matriks dengan setiap entrinya bernilai 0 dan berukuran 5×5.

Selanjutnya untuk nilai $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{1}}$ dapat dicari dengan rumus berikut.

$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{1}(5\times5)}$

$$= \begin{bmatrix} \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{11j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{15j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right) \end{bmatrix}$$

misalkan,

$$a = \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{11j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right)$$

$$b = \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{12j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right)$$

$$c = \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{13j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right)$$

$$d = \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{14j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right)$$

$$e = \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{15j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right)$$

Sehingga dapat ditulis sebagai berikut.

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{\boldsymbol{1}(5\times5)} = \begin{bmatrix} a & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & e \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan dihitung nilai $a, b, c, d,$ dan e, sebagai berikut.

$$a = \prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j}\left(1 - \left|\frac{x_{11j} - x_{11j}}{h_j}\right|\right)$$

$$= \frac{1}{h_1}\left(1 - \left|\frac{x_{111} - x_{111}}{h_1}\right|\right) \times \frac{1}{h_2}\left(1 - \left|\frac{x_{112} - x_{112}}{h_2}\right|\right) \times \frac{1}{h_3}\left(1 - \left|\frac{x_{113} - x_{113}}{h_3}\right|\right)$$
$$\times \frac{1}{h_4}\left(1 - \left|\frac{x_{114} - x_{114}}{h_4}\right|\right) \times \frac{1}{h_5}\left(1 - \left|\frac{x_{115} - x_{115}}{h_5}\right|\right)$$

Dengan menggunakan bantuan *software* R, diperoleh *bandwidth* untuk masing-masing variabel bebas, yaitu $h_1 = 0{,}6139987, h_2 = 1{,}0184682$, $h_3 = 1{,}0135395, h_4 = 0{,}9359553$, $h_5 = 0{,}8486045$. Sehingga persamaan di atas menjadi:

$$a = \frac{1}{0{,}6139987}\left(1 - \left|\frac{65{,}55 - 65{,}55}{0{,}6139987}\right|\right) \times \frac{1}{1{,}0184682}\left(1 - \left|\frac{631 - 631}{1{,}0184682}\right|\right)$$

$$\times \frac{1}{1,0135395}\left(1-\left|\frac{784,74-784,74}{1,0135395}\right|\right) \times \frac{1}{0,9359553}\left(1-\left|\frac{218,19-218,19}{0,9359553}\right|\right)$$
$$\times \frac{1}{0,8486045}\left(1-\left|\frac{66,83-66,83}{0,8486045}\right|\right)$$
$$= 1,628667943 \times 0,98186669 \times 0,986641369 \times 1,068427093 \times 1,178405252$$
$$= 1,986478906$$

Kemudian dihitung nilai $b, c, d,$ dan e dengan cara yang sama, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.

$b = 62,58211871$

$c = -449822,0086$

$d = -478044,7175$

$e = -279558,0285$

Sehingga diperoleh,

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}_{\mathbf{11}})_{\mathbf{1}(5\times5)}$$
$$= \begin{bmatrix} 1,986478906 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 62,58211871 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -449822,0086 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -478044,7175 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -279558,0285 \end{bmatrix}$$

dengan cara yang sama, diperoleh nilai $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}_{\mathbf{11}})_{\mathbf{2}}, \cdots, \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}_{\mathbf{11}})_{\mathbf{10}}$, sebagai berikut.

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}_{\mathbf{11}})_{\mathbf{2}(5\times5)}$$
$$= \begin{bmatrix} 2846091,724 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5115705,499 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -155555,8966 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2155998,334 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1414978,396 \end{bmatrix}$$
$$\vdots$$
$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}_{\mathbf{11}})_{\mathbf{10}(5\times5)}$$
$$= \begin{bmatrix} 565567970,7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -46203611377 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 841821775,4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5718943700 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -11168883498 \end{bmatrix}$$

maka didapatkan nilai $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}_{\mathbf{11}})$ berikut.

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})_{(50\times 50)} = \begin{bmatrix} 1{,}986478906 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 62{,}58211871 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -11168883498 \end{bmatrix}$$

Setelah didapatkan nilai matriks $\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{X^T}$, dan $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}})$. Selanjutnya berdasarkan Persamaan (5.8), diperoleh:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{11}} = (\boldsymbol{X^T}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}}))\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X^T}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X_{11}}))\boldsymbol{Y}$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1{,}986478906 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 62{,}58211871 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -11168883498 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1{,}986478906 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 62{,}58211871 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -11168883498 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5{,}7 \\ 6{,}54 \\ 0{,}57 \\ \vdots \\ -4{,}95 \end{bmatrix}$$

$$= [-76172304656]^{-1} \times [-242768460133]$$

$$= [-0{,}000000000013128] \times [-242768460133]$$

$$= [3{,}187096166]$$

Begitu juga berlaku untuk $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{12}}, \cdots, \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{105}}$, sehingga diperoleh nilai sebagai berikut.

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{12}} = [6{,}106168006]$$

$$\vdots$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{105}} = [4{,}38868833]$$

Berdasarkan Persamaan (5.10), diperoleh nilai $\widehat{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{11}}$ sebagai berikut.

$$\widehat{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{11}} = [3{,}187096166]$$

Selanjutnya digunakan cara yang sama untuk memperoleh nilai estimasi $\widehat{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{12}}, \cdots, \widehat{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{105}}$. Berikut merupakan hasil yang diperoleh.

$$\widehat{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{12}} = [6{,}106168006]$$

$$\vdots$$

$$\widehat{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{105}} = [4{,}38868833]$$

Maka didapatkan nilai estimasi $\widehat{\boldsymbol{Y}}$ berukuran 50×1 berikut.

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = \begin{bmatrix} 3{,}187096166 \\ 6{,}106168006 \\ \vdots \\ 4{,}38868833 \end{bmatrix}$$

Kemudian akan dicari nilai matriks $\widehat{\boldsymbol{H}}$ pada lokasi ke-i dan waktu ke-t dengan persamaan sebagai berikut.

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{it} = (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}_{it}))\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}_{it}))$$

untuk mencari nilai $\widehat{\boldsymbol{H}}$ pada lokasi dan waktu pertama, dilakukan perhitungan berikut.

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{11} = (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}_{11}))\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{X}_{11}))$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1{,}986478906 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 62{,}58211871 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -11168883498 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1{,}986478906 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 62{,}58211871 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -11168883498 \end{bmatrix}$$

$$= [-76172304656]^{-1} \times [1{,}986478906 \quad 62{,}58211871 \quad \cdots \quad -11168883498]$$

$$= [-0{,}000000000013128] \times [1{,}986478906 \quad 62{,}58211871 \quad \cdots \quad -11168883498]$$

$$= [-0{,}00000000002608 \quad -0{,}0000000008216 \quad \cdots \quad 0{,}146627]$$

dengan cara yang sama, diperoleh pula nilai $\widehat{\boldsymbol{H}}_{12}, \cdots, \widehat{\boldsymbol{H}}_{105}$ berikut.

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{12} = [-0{,}000000001035 \quad -0{,}00000000003285 \quad \cdots \quad 0{,}125353]$$

$$\vdots$$

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{105} = [0{,}16794 \quad 0{,}011397446 \quad \cdots \quad -0{,}000000000002987]$$

dengan demikian diperoleh nilai matriks $\widehat{\boldsymbol{H}}$ berukuran 50×50 sebagai berikut.

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{it} = \begin{bmatrix} -0{,}00000000002608 & -0{,}0000000008216 & \cdots & 0{,}146627 \\ -0{,}000000001035 & -0{,}00000000003285 & \cdots & 0{,}125353 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0{,}16794 & 0{,}011397446 & \cdots & -0{,}000000000002987 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan dicari nilai GCV berdasarkan nilai *bandwidth* yang telah diperoleh. Berikut merupakan persamaan yang digunakan.

$$GCV = \frac{\frac{1}{50} \times \sum_{i=1}^{10} \sum_{t=1}^{5} (y_{it} - \hat{y}_{it})^2}{\left(\frac{1}{50} \times tr[\boldsymbol{I} - \widehat{\boldsymbol{H}}]\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{50}((5,7-3,288)^2 + (6,54-6,4580)^2 + \cdots + (-4,95-4,3638)^2)}{\left(\frac{1}{50} tr\left(\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,00000000002608 & \cdots & 0,146627 \\ -0,000000001035 & \cdots & 0,125353 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0,16794 & \cdots & -0,00000000002987 \end{bmatrix}\right)\right)^2}$$

$$= \frac{22,92457764}{\left(\frac{1}{50}.(50)\right)^2}$$

$$= \frac{22,92457764}{1}$$

$$= 22,92457764$$

Jadi, berdasarkan perhitungan di atas diperoleh nilai GCV minimum sebesar $22,92457764$. Berikut merupakan nilai *bandwidth* optimum untuk setiap variabel bebas dan GCV minimum yang didapatkan menggunakan pendekatan regresi nonparametrik Nadaraya-Watson dengan bantuan *software R Studio*.

Tabel 5.2 Hasil *Bandwidth* dan GCV

h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	GCV
0,6139987	**1,0184682**	**1,0135395**	**0,9359553**	**0,8486045**	**22,924578**
0,3782387	0,2323871	0,7705832	0,2860529	0,9162185	22,924578
0,5750705	1,0325936	0,9735366	0,8952793	0,1816779	22,924578
1,1462453	0,2223746	0,6093062	0,8250101	0,3514334	22,924578
0,3265282	0,5210490	0,8497489	1,1113785	0,5485234	22,924578
0,4594269	0,6289263	0,2076166	0,7187701	1,1093521	22,924578
0,8796553	0,2353658	1,0919061	0,1928068	0,1957753	22,924578
0,4536618	0,6887362	0,9811878	0,8624688	0,7833131	22,924578
0,5012481	0,3692472	0,1801031	1,0840787	0,8716356	22,924578
1,0437025	0,9712672	0,3674487	0,7583285	0,5554980	22,924578
0,6136206	0,9695752	0,7152277	1,0892432	0,1742528	22,924578
0,7853479	0,3386127	0,6986029	0,9828219	1,1090758	22,924578
0,8538128	0,8126028	0,1689834	0,8911143	0,8623277	22,924578
0,4553095	0,8509665	0,4285623	0,9696914	0,9771876	22,924578
1,0938614	0,6668319	1,0386986	0,252598	0,5507762	22,924578
0,7824906	0,5854551	1,0189241	0,9127085	0,9699210	22,924578
0,9769713	0,2617427	0,2780243	0,8442998	0,8705943	22,924578
0,6630136	0,9139920	0,9860652	0,6406620	0,4554111	22,924578
0,7414749	0,6282425	0,6837178	0,5036253	0,7565212	22,924578
0,6706155	0,7335166	0,4443792	0,2877877	0,3771451	22,924578
1,0417813	1,0935558	0,6584058	1,0060342	0,9833450	22,924578
0,5480943	0,2329978	0,8604313	0,9763816	1,1349440	22,924578

Tabel 5.2 Lanjutan

h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	GCV
0,4705675	1,0217569	0,4881084	0,5778035	0,5264094	22,924578
0,7883972	0,3793477	0,5222554	0,2804249	0,7449007	22,924578
0,5778933	0,3540048	0,7752740	0,7441111	0,7078742	22,924578
1,1408596	0,5800976	0,9956423	0,6205716	0,8764311	22,924578
0,4186419	0,6279586	0,6837439	1,0833727	0,5211117	22,924578
0,2606633	0,4248405	0,9500662	0,1829478	1,0601095	22,924578
0,1828613	0,6176674	0,3326484	0,1673034	0,9101784	22,924578
0,4092842	0,7108640	1,1073522	0,8084095	0,2767645	22,924578
0,5194238	0,4789966	1,0621830	1,0042060	0,8557506	22,924578
0,2905848	0,5782493	1,0796471	0,6512392	0,3524178	22,924578
0,3061963	0,8058993	0,4133408	0,8669708	0,5348800	22,924578
0,5650423	0,4843735	0,2783385	0,4676050	0,4345909	22,924578
0,6538060	0,6611974	0,7658665	1,0542795	0,9110868	22,924578
0,9366414	0,9259397	0,8592189	0,7924252	0,9266865	22,924578
0,5793826	0,7233291	0,7792821	0,6865307	1,0109899	22,924578
0,6595276	0,7311258	0,3458357	0,6185183	0,9357592	22,924578
0,7361521	1,0347102	0,6662641	0,8864414	0,1855529	22,924578
0,5838022	0,5620824	0,8375654	0,8958284	0,7851617	22,924578
0,7299890	0,1527150	0,1867520	0,3329103	0,2309078	22,924578
0,7235248	0,5923490	0,2236468	0,6186985	0,2190940	22,924578
0,5825615	0,5853314	1,1052916	1,1162050	1,0074256	22,924578
0,8281687	0,2017085	0,8938138	0,883912	0,4831029	22,924578
0,8094986	0,5086295	0,4237888	0,4935418	0,2821478	22,924578
0,3319332	0,2753025	0,3009885	0,4646068	0,6196407	22,924578
0,8136932	0,9863887	0,1483445	0,6286442	0,6084633	22,924578
0,5597286	0,5005199	0,8224097	0,7206862	0,8816064	22,924578
0,4279664	0,7258109	0,7003330	0,7135021	0,2243069	22,924578
0,2415922	1,1057803	0,6274238	0,4425499	0,9301399	22,924578

Berdasarkan Tabel 5.2, diperoleh nilai GCV minimum sebesar 41,8016269 dengan nilai masing-masing *bandwidth* optimum $h_1 = 0{,}6139987$; $h_2 = 1{,}0184682$; $h_3 = 1{,}0135395$; $h_4 = 0{,}9359553$; dan $h_5 = 0{,}8486045$. Menurut Cheng (1997), salah satu kelebihan dari algoritma genetika yaitu dapat mencari penyelesaian suatu masalah tanpa memperhatikan proses-proses yang berhubungan dengan masalah yang diselesaikan secara langsung. Selain itu, algoritma genetika bekerja sesuai dengan apa yang telah didefinisikan sebelumnya. Oleh karena itu, walaupun nilai GCV minimum yang diperoleh sebesar $22{,}924578$ pada setiap baris *bandwidth* yang tersedia, nilai *bandwidth* yang digunakan adalah nilai pada baris pertama karena itu merupakan nilai *bandwidth* yang paling optimum.

5.5 Pemodelan Regresi Nonparametrik Kernel

Berdasarkan nilai *bandwidth* optimum yang telah diperoleh, selanjutnya dilakukan pemodelan regresi nonparametrik kernel. Karena pada polinomial lokal orde 0 hanya terdapat β_0, maka tidak dapat digunakan sebagai model. Sehingga dapat digunakan Persamaan (3.17). Adapun fungsi kernel yang digunakan adalah kernel *triangle*. Persamaan estimasinya sebagai berikut:

$$\hat{y}_{it} = \frac{\frac{1}{50}\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}K\left(\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right)\right)y_{it}}{\frac{1}{50}\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}K\left(\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right)\right)}$$

dengan,

$K(u) = 1 - u$

$K(u)$ = fungsi kernel *triangle*

h_j = nilai *bandwidth*

x_{itj} = nilai variabel bebas

x_j = nilai rata-rata variabel bebas

i merupakan indeks lokasi $= 1, 2, \cdots, 10$

t merupakan indeks waktu $= 1, 2, 3, 4, 5$

j merupakan indeks variabel bebas $= 1, 2, 3, 4, 5$

sehingga persamaan regresi kernel multivariat Nadaraya-Watson menjadi,

$$\hat{y}_{it} = \frac{\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}\left(1-\left|\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right|\right)\right)y_{it}}{\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}\left(1-\left|\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right|\right)\right)}$$

misalkan,

$$\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}\left(1-\left|\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right|\right)\right)y_{it} = A$$

$$\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}\left(1-\left|\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right|\right)\right) = B$$

Maka persamaan regresi kernel multivariate Nadaraya-Watson dapat ditulis sebagai berikut:

$$A = \sum_{i=1}^{10} \sum_{t=1}^{5} \left(\prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j} \left(1 - \left| \frac{x_{itj} - x_j}{h_j} \right| \right) \right) y_{it}$$

$$= \sum_{i=1}^{10} \sum_{t=1}^{5} \left(\frac{1}{h_1} \left(1 - \left| \frac{x_{it1} - x_1}{h_1} \right| \right) \times \cdots \times \frac{1}{h_5} \left(1 - \left| \frac{x_{it5} - x_5}{h_5} \right| \right) \right) y_{it}$$

kemudian misalkan,

$$A = \sum_{i=1}^{10} \sum_{t=1}^{5} (Z_{it}) y_{it}$$

dengan,

$$Z_{it} = \left(\frac{1}{h_1} \left(1 - \left| \frac{x_{it1} - x_1}{h_1} \right| \right) \times \cdots \times \frac{1}{h_5} \left(1 - \left| \frac{x_{it5} - x_5}{h_5} \right| \right) \right)$$

i merupakan indeks lokasi $= 1, 2, \cdots, 10$

t merupakan indeks waktu $= 1, 2, 3, 4, 5$

untuk $i = 1$ dan $t = 1$, diperoleh:

$$Z_{11} = \left(\frac{1}{h_1} \left(1 - \left| \frac{x_{111} - x_1}{h_1} \right| \right) \times \cdots \times \frac{1}{h_5} \left(1 - \left| \frac{x_{115} - x_5}{h_5} \right| \right) \right)$$

$$= \left(\frac{1}{0{,}6139987} \left(1 - \left(\frac{65{,}55 - 65{,}55}{0{,}6139987} \right) \right) \times \cdots \times \frac{1}{0{,}8486045} \left(1 - \left(\frac{66{,}83 - 66{,}83}{0{,}8486045} \right) \right) \right)$$

$$= 1{,}628668 \times 0{,}981867 \times 0{,}986641 \times 1{,}068427 \times 1{,}178405$$

$$= 1{,}986478906$$

Kemudian untuk mencari nilai Z_{12}, Z_{13}, ..., dan Z_{105} dilakukan hal serupa, sehingga diperoleh:

$Z_{12} = 62{,}58211871$

$Z_{13} = -449822{,}0086$

$\vdots$

$Z_{105} = -11168883498$

Nilai $Z_{11}, Z_{12}, \cdots, Z_{105}$ di atas digunakan untuk mencari nilai A dan B Sehingga didapatkan nilai A sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
A &= \sum\nolimits_{i=1}^{10} \sum\nolimits_{t=1}^{5} (Z_{it}) y_{it} \\
&= Z_{11}(y_{11}) + Z_{12}(y_{12}) + \cdots + Z_{105}(y_{105}) \\
&= 1{,}986478906(5{,}70) + 62{,}58211871(6{,}54) + \cdots + \\
&\quad (-11168883498)(-4{,}95) \\
&= 11{,}32292977 + 409{,}2870564 + \cdots + 55285973317 \\
&= -242768460133
\end{aligned}
$$

Kemudian bentuk persamaan B sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
B &= \sum\nolimits_{i=1}^{10} \sum\nolimits_{t=1}^{5} \left(\prod_{j=1}^{5} \frac{1}{h_j} \left(\left(1 - \left| \frac{x_{itj} - x_j}{h_j} \right| \right) \right) \right) \\
&= \sum\nolimits_{i=1}^{10} \sum\nolimits_{t=1}^{5} \left(\frac{1}{h_1} \left(1 - \left| \frac{x_{it1} - x_1}{h_1} \right| \right) \times \cdots \times \frac{1}{h_5} \left(1 - \left| \frac{x_{it5} - x_5}{h_5} \right| \right) \right)
\end{aligned}
$$

misalkan,

$$
B = \sum\nolimits_{i=1}^{10} \sum\nolimits_{t=1}^{5} (Z_{it})
$$

dengan,

$$
Z_{it} = \left(\frac{1}{h_1} \left(1 - \left| \frac{x_{it1} - x_1}{h_1} \right| \right) \times \cdots \times \frac{1}{h_5} \left(1 - \left| \frac{x_{it5} - x_5}{h_5} \right| \right) \right)
$$

i merupakan indeks lokasi $= 1, 2, \cdots, 10$

t merupakan indeks waktu $= 1, 2, 3{,}4{,}5$

Karena pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai $Z_{11}, Z_{12}, \cdots, Z_{105}$, maka dapat dilanjutkan untuk mencari nilai B.

berikut merupakan perhitungan untuk nilai B:

$$
\begin{aligned}
B &= \sum\nolimits_{i=1}^{10} \sum\nolimits_{t=1}^{5} (Z_{it}) \\
&= Z_{11} + Z_{12} + \cdots + Z_{105} \\
&= 1{,}986478906 + 62{,}58211871 + \cdots + (-11168883498) \\
&= -76172304656
\end{aligned}
$$

Sehingga diperoleh nilai estimasi kurva $\hat{y}_{11}$ sebagai berikut:

$$
\hat{y}_{11} = \frac{A}{B}
$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}\left(1-\left|\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right|\right)\right)y_{it}}{\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}\left(1-\left|\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right|\right)\right)}$$

$$= \frac{-242768460133}{-76172304656}$$

$$= 3{,}187096166$$

Kemudian untuk nilai $\hat{y}_{12}, \hat{y}_{13}, \cdots, \hat{y}_{105}$ didapatkan dengan bantuan *software R Studio.* Berikut merupakan tabel nilai estimasi yang diperoleh.

Tabel 5.3 Nilai Estimasi Kurva Regresi Nonparametrik Kernel

y_{it}	nilai y_{it}	nilai $\hat{y}_{it}$
y_{11}	5,7	3,187096166
y_{12}	6,54	6,106168006
y_{13}	0,57	0,209718408
y_{14}	3,84	2,893048101
y_{15}	−7,08	4,824901532
y_{21}	5,65	6,030458722
y_{22}	6,43	5,510353137
y_{23}	3,14	6,453493918
y_{24}	4,06	3,776216692
y_{25}	−6,68	2,682989515
y_{31}	5,23	−2,026033837
y_{32}	6,25	6,116198542
y_{33}	3,4	0,212748454
y_{34}	4,7	2,719763586
y_{35}	−3,1	7,136935694
y_{41}	5,42	4,43769073
y_{42}	6,86	2,86354171
y_{43}	4,16	4,627242318
y_{44}	4,86	3,67840117
y_{45}	−4,13	4,359244727
y_{51}	5,19	0,896979987
y_{52}	6,75	0,633664417
y_{53}	4,38	1,821277732
y_{54}	4,45	2,699855995
y_{55}	−3,21	5,289798474
y_{61}	5,3	4,930364092
y_{62}	6,27	3,608907095
y_{63}	4,04	3,192894253
y_{64}	4,26	3,664153916
y_{65}	−3,49	3,828674127
y_{71}	5,55	5,06736775
y_{72}	5,95	0,375863749
y_{73}	5,53	4,625053664

Tabel 5.3 Lanjutan

y_{it}	nilai y_{it}	nilai $\hat{y}_{it}$
y_{74}	4,82	5,133887662
y_{75}	−2,77	5,028783776
y_{81}	5,22	4,715315836
y_{82}	6,14	4,988681054
y_{83}	−0,87	0,770374512
y_{84}	5,88	4,170747807
y_{85}	−7,44	3,702716386
y_{91}	8,01	3,692315209
y_{92}	8,07	3,336256749
y_{93}	4,95	3,276428194
y_{94}	5,58	3,098038246
y_{95}	−5,5	2,687686937
y_{101}	5,79	4,149805474
y_{102}	6,65	5,040530824
y_{103}	4,74	3,602288439
y_{104}	5,22	4,658927433
y_{105}	−4,95	4,388688330

Jadi, model estimasi kernel Nadaraya-Watson yang didapatkan yaitu:

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}\left(1-\left|\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right|\right)\right)y_{it}}{\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}\left(\left(1-\left|\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right|\right)\right)\right)}$$

untuk $h_j = h_1,\ h_2,\ h_3,\ h_4,\ h_5$

dengan,

$h_1 = 0{,}6139987$

$h_2 = 1{,}0184682$

$h_3 = 1{,}0135395$

$h_4 = 0{,}9359553$

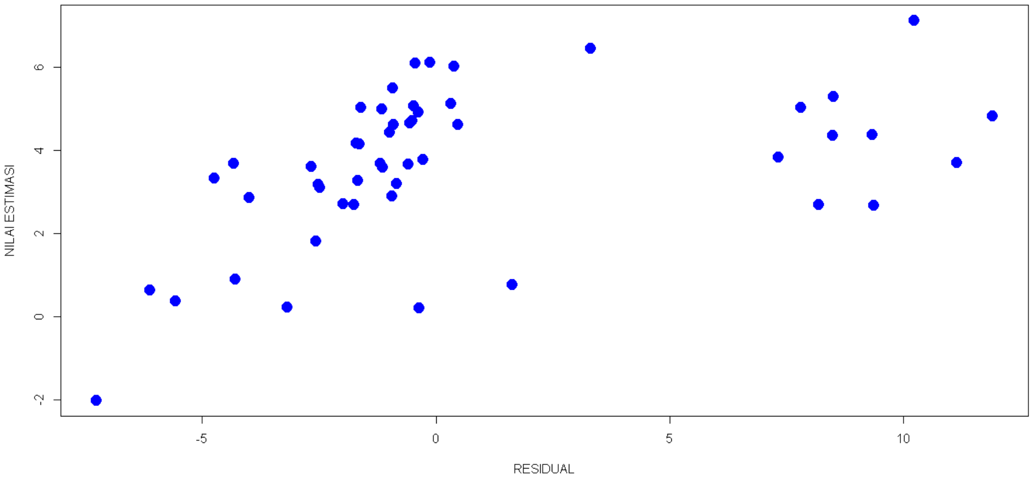
$h_5 = 0{,}8486045$

5.6 Uji Asumsi Residual

Uji asumsi residual dilakukan untuk menguji kelayakan dari model yang diperoleh. Suatu model dikatakan layak, apabila telah memenuhi asumsi normal, identik, dan independen. Karena pada regresi nonparametrik kernel diasumsikan residual berdistribusi normal, maka selanjutnya akan dilakukan uji asumsi identik dan independen.

5.6.1 Uji Asumsi Identik

Uji asumsi identik dilakukan untuk mengetahui keragaman dari residual, apakah homogen atau tidak. Untuk mengetahui apakah residual identik atau tidak, dapat dilakukan dengan pengujian secara visual dengan melihat *scatterplot* antara nilai $\hat{y}$ dengan residual. Berikut merupakan *scatterplot* antara $\hat{y}$ dengan residual.



Gambar 5.6 *scatterplot* ε terhadap $\hat{y}$

Berdasarkan Gambar di atas, terlihat bahwa data menyebar ke segala arah dan tidak membentuk adanya suatu pola. Hal ini menunjukkan bahwa tidak terjadi heteroskedastisitas, artinya asumsi identik terpenuhi.

5.6.2 Uji Asumsi Independen

Uji asumsi identik dilakukan untuk mengetahui ada tidaknya korelasi antar residual. Pengujian ini dilakukan dengan menggunakan metode Durbin-Watson.

Hipotesis yang digunakan sebagai berikut.

$H_0 : \rho = 0$ (tidak ada autokorelasi antar residual)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ada autokorelasi antar residual)

Berikut merupakan hasil analisis Durbin-Watson yang telah dilakukan.

Tabel 5.4 Nilai Perhitungan Durbin-Watson

ε_{it}	${\varepsilon_{it}}^2$	$\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1}$	$(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})^2$
2,512903834	6,314685678	0	0
0,433831994	0,188210199	-2,079071839	4,322539714
0,360281592	0,129802825	-0,073550403	0,005409662
0,946951899	0,896717899	0,586670307	0,344182049
-11,90490153	141,7266805	-12,85185343	165,1701366
-0,380458722	0,144748839	11,52444281	132,8127821
0,919646863	0,845750352	1,300105585	1,690274532
-3,313493918	10,97924195	-4,233140781	17,91948088
0,283783308	0,080532966	3,597277227	12,94040345
-9,362989515	87,66557265	-9,646772823	93,0602259
7,256033837	52,65002705	16,61902335	276,1919372
0,133801458	0,01790283	-7,12223238	50,72619407
3,187251546	10,15857241	3,053450088	9,323557438
1,980236414	3,921336254	-1,207015132	1,456885529
-10,23693569	104,7948524	-12,21717211	149,2592943
0,98230927	0,964931501	11,21924496	125,8714576
3,99645829	15,97167886	3,01414902	9,085094318
-0,467242318	0,218315383	-4,463700608	19,92462312
1,18159883	1,396175795	1,648841147	2,718677129
-8,489244727	72,06727604	-9,670843557	93,52521511
4,293020013	18,43002083	12,78226474	163,3862919
6,116335583	37,40956097	1,82331557	3,324479668
2,558722268	6,547059646	-3,557613315	12,6566125
1,750144005	3,06300404	-0,808578263	0,653798807
-8,499798474	72,2465741	-10,24994248	105,0613208
0,369635908	0,136630704	8,869434382	78,66686625
2,661092905	7,08141545	2,291456997	5,250775171
0,847105747	0,717588147	-1,813987158	3,29054941
0,595846084	0,355032556	-0,251259663	0,063131418
-7,318674127	53,56299097	-7,914520211	62,63963017
0,48263225	0,232933889	7,801306377	60,86038118
5,574136251	31,07099494	5,091504001	25,92341299
0,904946336	0,818927871	-4,669189914	21,80133446
-0,313887662	0,098525464	-1,218833998	1,485556315
-7,798783776	60,82102839	-7,484896115	56,02366985
0,504684164	0,254706105	8,30346794	68,94757984
1,151318946	1,325535316	0,646634782	0,418136542
-1,640374512	2,69082854	-2,791693459	7,793552367
1,709252193	2,921543058	3,349626705	11,21999906
-11,14271639	124,1601285	-12,85196858	165,1730964

Tabel 5.4 Lanjutan

ε_{it}	${\varepsilon_{it}}^2$	$\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1}$	$(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})^2$
4,317684791	18,64240195	15,46040118	239,0240046
4,733743251	22,40832517	0,41605846	0,173104642
1,673571806	2,800842589	-3,060171445	9,364649276
2,481961754	6,160134147	0,808389948	0,653494308
-8,187686937	67,03821738	-10,66964869	113,8414032
1,640194526	2,690238084	9,827881464	96,58725406
1,609469176	2,59039103	-0,03072535	0,000944047
1,137711561	1,294387597	-0,471757615	0,222555247
0,561072567	0,314802426	-0,576638994	0,33251253
-9,33868833	87,21109972	-9,899760897	98,00526582
$\sum = -26{,}5465$	1146,228882	-11,85159216	2579,193733

Berdasarkan Persamaan (3.23) diperoleh nilai Durbin-Watson sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
dW &= \frac{\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=2}^{5}(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})^2}{\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}{\varepsilon_{it}}^2} \\
&= \frac{0 + 4{,}322539714 + \cdots + 98{,}00526582}{6{,}314685678 + 0{,}188210199 + \cdots + 87{,}21109972} \\
&= \frac{2579{,}193733}{1146{,}228882} \\
&= 2{,}250155945
\end{aligned}
$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh nilai dW sebesar $2{,}250155945$, dan diketahui secara berturut-turut nilai dL dan dU berdasarkan tabel Durbin-Watson (terlampir pada Lampiran 3) dengan data sebanyak 50 dan variabel bebas sebanyak 5, yaitu $1{,}3346$ dan $1{,}7708$. Karena nilai dW lebih dari dU, maka untuk pengambilan keputusan digunakan opsi keempat pada Tabel 3.2, yaitu $4 - dU < dW < 4 - dL$. Berdasarkan hal tersebut, nilai dW berada di antara nilai dL dan dU, yakni $2{,}2292 < 2{,}250155945 < 2{,}6654$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai dW berada di antara nilai dU dan dL. Jadi H_0 diterima, artinya tidak terdapat autokorelasi antar residual atau dengan kata lain residual model memenuhi asumsi independen.

5.7 Uji Kebaikan Model dan Ketepatan Prediksi

Uji kebaikan model dilakukan untuk mengetahui seberapa besar model yang dihasilkan mampu menjelaskan variabilitas data. Model yang baik adalah model yang memiliki nilai R^2 tinggi. Nilai R^2 diperoleh berdasarkan perhitungan sebagai berikut.

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{10} \sum_{t=1}^{5} (\hat{y}_{it} - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{10} \sum_{t=1}^{5} (y_{it} - \bar{y})^2}$$

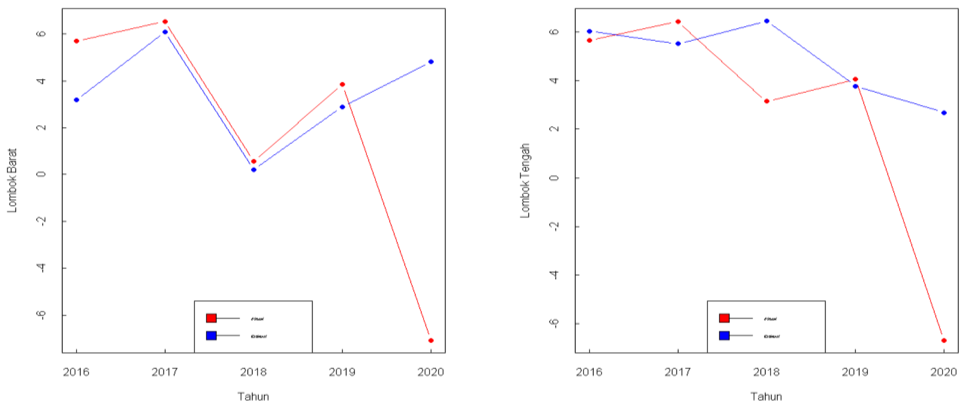
$$= \frac{(3{,}187096166 - 3{,}1266)^2 + \cdots + (4{,}38868833 - 3{,}1266)^2}{(5{,}7 - 3{,}1266)^2 + \cdots + (-4{,}95 - 3{,}1266)^2}$$

$$= \frac{177{,}8925649}{926{,}308522}$$

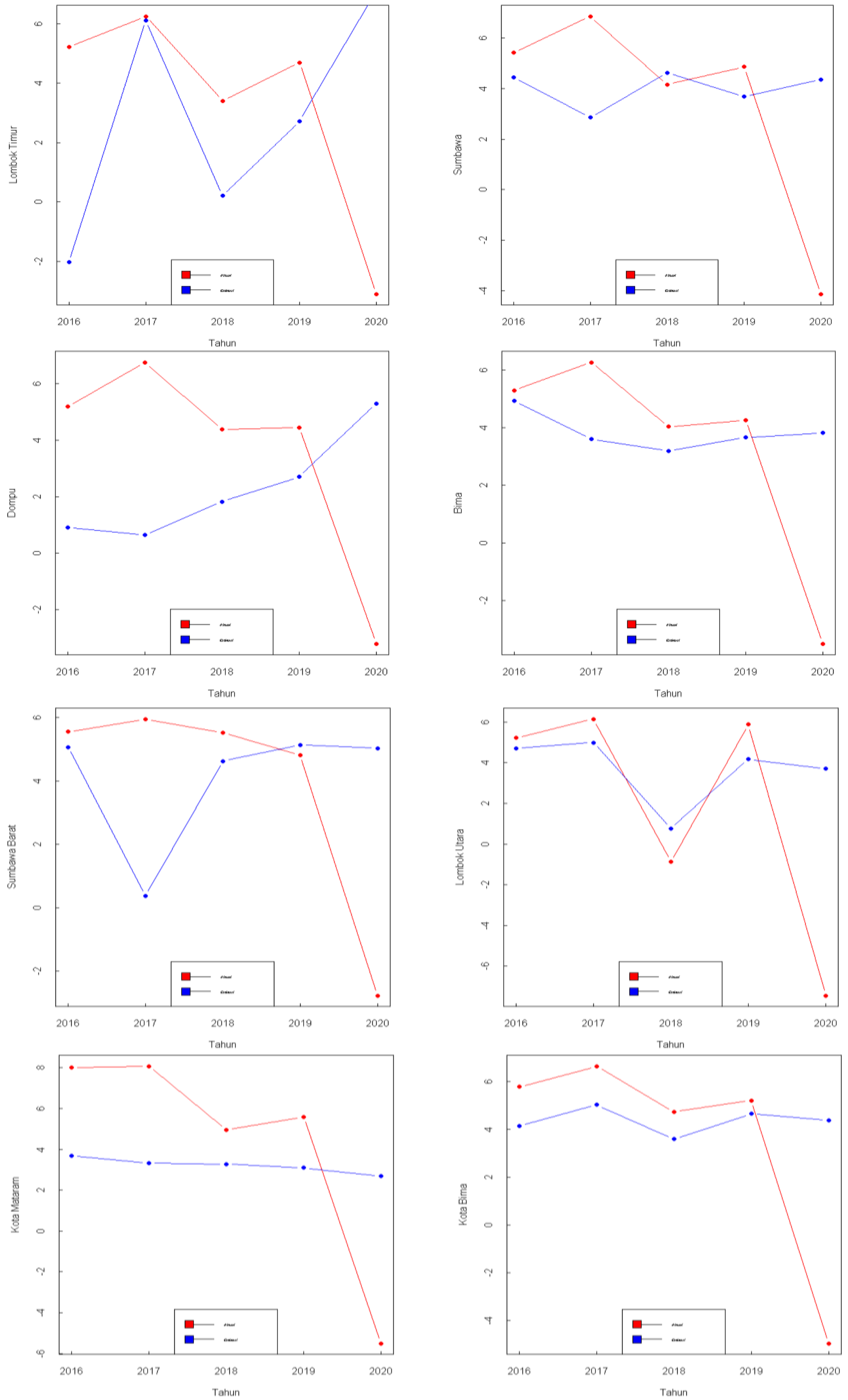
$$= 0{,}192045$$

Berdasarkan perhitungan di atas, didapatkan nilai R^2 sebesar $0{,}192045$. Hal ini menunjukkan bahwa berdasarkan model yang diperoleh sebelumnya, variabel bebas dapat menjelaskan variabel terikat sebesar $19{,}2\%$, sisanya dijelaskan oleh variabel lain.

Selanjutnya berdasarkan pemodelan yang telah dilakukan sebelumnya menggunakan *bandwidth* optimum, diperoleh estimasi kurva berikut.



Gambar 5.7 Perbandingan Data Aktual dan Data Estimasi



Gambar 5.7 Lanjutan

Berdasarkan gambar di atas, dapat dilihat bahwa *plot* data estimasi sebagian besar tidak mendekati data aktual. Hal ini dapat dibuktikan dengan menentukan nilai ketepatan prediksi. Untuk memperoleh nilai ketepatan prediksi, dapat dilakukan dengan menentukan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) pada Persamaan (3.26) dan diperoleh nilai MAPE untuk lokasi pertama sebagai berikut.

$$MAPE_1 = \frac{1}{5}\sum_{\mathrm{t}=1}^{5}\left|\frac{\mathrm{y_t} - \hat{\mathrm{y}}_{\mathrm{it}}}{\mathrm{y_t}}\right| \times 100\%$$

$$= \frac{1}{5}\left(\left|\frac{5{,}7 - 3{,}187096166}{5{,}7}\right| + \cdots + \left|\frac{(-7{,}08) - 4{,}824901532}{-7{,}08}\right|\right) \times 100\%$$

$$= \frac{1}{5}\left(\left|\frac{2{,}512903834}{5{,}7}\right| + \cdots + \left|\frac{-11{,}90490153}{-7{,}08}\right|\right) \times 100\%$$

$$= \frac{1}{5}(3{,}067353781) \times 100\%$$

$$= 61{,}35\%$$

Selanjutnya dengan menggunakan cara yang sama, diperoleh nilai MAPE untuk lokasi lainnya sebesar:

$MAPE_2 = 54{,}74\%$

$MAPE_3 = 81{,}39\%$

$MAPE_4 = 63{,}49\%$

$MAPE_5 = 87{,}17\%$

$MAPE_6 = 58{,}81\%$

$MAPE_7 = 81{,}36\%$

$MAPE_8 = 58{,}81\%$

$MAPE_9 = 79{,}16\%$

$MAPE_{10} = 67{,}94\%$

Berdasarkan hasil perhitungan di atas, diperoleh nilai MAPE lebih dari 50% untuk setiap lokasi, artinya model yang diperoleh tidak akurat. Maka dapat disimpulkan bahwa model estimasi yang diperoleh tidak cocok untuk melakukan peramalan atau prediksi. Hal tersebut dapat diakibatkan karena pemilihan interval *bandwidth* yang terlalu kecil dan sempit.

BAB VI
KESIMPULAN DAN SARAN

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

a. Estimasi kurva yang diperoleh menggunakan pendekatan regresi nonparametrik kernel Nadaraya-Watson adalah

$$\hat{\boldsymbol{Y}} = [1]\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

dengan $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X^T W}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{X^T W}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{Y}$

b. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, maka didapatkan model regresi nonparametrik kernel sebagai berikut.

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}\left(1-\left|\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right|\right)\right)y_{it}}{\sum_{i=1}^{10}\sum_{t=1}^{5}\left(\prod_{j=1}^{5}\frac{1}{h_j}\left(\left(1-\left|\frac{x_{itj}-x_j}{h_j}\right|\right)\right)\right)}$$

untuk $h_j = h_1,\ h_2,\ h_3,\ h_4,\ h_5$

dengan,

$h_1 = 0{,}6139987$

$h_2 = 1{,}0184682$

$h_3 = 1{,}0135395$

$h_4 = 0{,}9359553$

$h_5 = 0{,}8486045$

Dari model tersebut, diperoleh nilai R^2 sebesar $19{,}2\%$ dan MAPE lebih dari 50% untuk setiap lokasi pengamatan, artinya model yang diperoleh tidak akurat. Maka dapat disimpulkan bahwa model estimasi yang diperoleh tidak cocok untuk melakukan peramalan atau prediksi. Hal tersebut dapat diakibatkan karena pemilihan interval *bandwidth* yang terlalu sempit.

6.2 Saran

Berdasarkan hasil analisis dan kesimpulan yang diperoleh, saran yang dapat diberikan adalah:

a. Pada penelitian selanjutnya disarankan untuk menggunakan interval *bandwidth* yang lebih luas.

DAFTAR PUSTAKA

Alhusin, S., 2003, Aplikasi Statistika dengan SPSS 10 for Windows, Graha Ilmu, Yogyakarta.

Anisa, N., Debataraja, N. N., dan Martha, S., 2019, Estimasi Model Regresi Nonparametrik Kernel menggunakan Estimator Nadaraya-Watson, Jurnal Bimaster 4(08): 633-638.

Anton, H. dan Rorres, C., 2014, Aljabar Linear Elementer Edisi 11, Jhon Willey & Sons, New York.

Arifin, A. T., 2016, Pemodelan Laju Pertumbuhan Ekonomi di Provinsi Jawa Timur berdasarkan Pendekatan Regresi Spasial Lag, Skripsi, Statistika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

Arifin, M. K., 2018, Analisis Angka Harapan Lama Sekolah di Indonesia Timur Menggunakan Weighted Least Square Regression, Jurnal Matematika “MANTIK” 1(04): 32-41.

Arsyad, 2004, Ekonomi Pembangunan, UPP YPKN, Yogyakarta.

Badan Pusat Satatistik, 2014, Statistik Keuangan Pemerintah Kabupaten/Kota, BPS, Jakarta.

Badan Pusat Satatistik NTB, 2021, IPM Kabupaten/Kota 2016-2020 (https://ntb.bps.go.id/indicator/26/133/1/-metode-baru-ipm-kabupaten-kota.html), diunduh jam 15:00 WITA, tanggal 13/10/2021.

Badan Pusat Satatistik NTB, 2021, Penduduk Kabupaten/Kota 2016-2020 (https://ntb.bps.go.id/indicator/12/29/1/penduduk-kabupaten-kota.html), diunduh jam 15:25 WITA, tanggal 13/10/2021.

Badan Pusat Satatistik NTB, 2021, Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) Provinsi NTB Menurut Kabupaten/Kota 2016-2020 (https://ntb.bps.go.id/indicator/6/416/1/tingkat-partisipasi-angkatan-kerja-tpak-provinsi-ntb-menurut-kabupaten-kota.html), diunduh jam 16:00 WITA, tanggal 13/10/2021.

Badan Pusat Satatistik NTB, 2021, PDRB Menurut Pengeluaran (Atas Dasar Harga Konstan 2010) 2016-2020 (https://ntb.bps.go.id/indicator/155/218/1/pdrb-menurut-pengeluaran-atas-dasar-harga-konstan-2010.html), diunduh jam 20:10 WITA, tanggal 13/10/2021.

Budiantara, I. N., 2009, Spline dalam Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik: Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Mendatang, ITS Press, Surabaya.

Chatterjee, S. dan Hadi, A. S., 2006, Regression Analysis by Example, Jhon Willey & Sons Inc., New Jersey.

Demir, S. dan Toktami, O., 2010, On the Adaptive Nadaraya-Watson Kernel Regression Estimators, Journal of Mathematics and Statistics 3(39): 429-437.

Draper, N., and Smith, H., 1992, Analisis Regresi Terapan, PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Eubank, R. L., 1998, Spline Smoothing and Nonparametric Regression, Marcel Dekker, New York.

Ferdiana, K., 2017. Pengujian Hipotesis Simultan dalam Regresi Semiparametrik Spline Truncated (Studi Kasus: Angka Partisipasi Kasar SLTA Tahun 2015 di Provinsi Jawa Timur, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Gujarati, D. N., 2004, Basic Econometrics, Edisi ke-4, McGraw-Hill Companies, New York.

Halim, S. dan Bisono, I., 2012, Fungsi-fungsi Kernel pada Metode Regresi Nonparametrik dan Aplikasinya pada Priest River Experimental Forest's Data, Jurnal Teknik Industri 8(1): 73-81.

Hardle, W., 1990, Smoothing Techniques with Implementation in S, Cambridge University Press, New York.

Hardle, W., 1994, Applied Nonparametric Regression, Cambridge University Press, New York.

Harlan, J., 2018, Analisis Data Longitudinal, Gunadarma, Jakarta.

Indrayanti, A. I., 2014, Estimator Kernel Cosinus dan Kernel Gaussian dalam Model Regresi Nonparametrik pada Data Butterfly Diagram Siklus Aktivitas ke-23 (Studi Kasus di APD LAPAN Watukosek), Skripsi, UIN Maulana Malik Ibrahim, Malang.

Kai, B., Li, R., dan Zou, H., 2010, Local CQR: an Efficient and Safe Alternative to Local Polynomial Regression. Institutes Health of National, 1(72): 49-69.

Kementerian Keuangan, 2021, Postur APBD Nasional (https://djpk.kemenkeu.go.id//portal/data/apbd), diunduh jam 19:00 WITA, tanggal 20/10/2021.

Kementerian Keuangan, 2021, Postur TKDD Nasional (https://djpk.kemenkeu.go.id//portal/data/tkdd), diunduh jam 19:15 WITA, tanggal 20/10/2021.

Kharis, M. M., 2011, Pengaruh Faktor-faktor Kependudukan terhadap Pertumbuhan Ekonomi di Kabupaten Pemalang, Skripsi, IESP, Fakultas Ekonomi, Universitas Diponegoro.

Lewis, C. D., 1982, Industrial and Business Forecasting Methods, Boston Butterworth Scientific, London.

Liang, K. Y. dan Zeger, S. L., 1986, Longitudinal Data Analysis using Generalized Linear Models, Biometrika Journal, 1(73): 13-22.

Mara, M. N., Satyahadewi, dan Iskandar, R., 2013, Efektifitas Metode Jackknife dalam Mengatasi Multikolinearitas dan Penyimpangan Asumsi Normalitas pada Analisis Regresi Brganda, Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, Yogyakarta.

Maulidia, M. J., Budiantara, I. N., dan Purnomo, J. D. T., 2019, Nonparametric Regression Curve Estimation using Mixed Spline Truncated and Kernel Estimator for Longitudinal Data, AIP Conference Proceedings, 2194: 020063-1-020063-8.

Maziyya, P. A., Sukarsa, I. K. G., dan Asih, N. M., 2015, Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi dengan Menggunakan Weighted Least Square (WLS), E-Journal Matematika, 1(4): 20-25.

Nawari, 2010, Analisis Regresi dengan MS Excel 2017 dan SPSS 17, PT Alex Media Komputindo, Jakarta.

Nisa, H., Kusnandar, D., dan Martha, S., 2020, Estimasi Parameter Weighted Least Square dalam Mengatasi Masalah Heteroskedastisitas, 1(9): 65-70.

Prawanti, D. D., 2015, Pemodelan Ketercapaian Target Laju Pertumbuhan Ekonomi di Jawa Timur Berdasarkan Pendekatan Regresi Spasial Logistik, Skripsi, Statistika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

Puspitasari, I., Suparti, dan Wilandari, Y., 2012, Analisis Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) dengan Menggunakan Model Regresi Kernel, Jurnal Gaussian 1(1): 93-102.

Rahman, I., 2017, Prediksi Kurs Rupiah terhadap Euro menggunakan Model Regresi Spline Tersegmen, Skripsi, Pogram Studi Statistika, FMIPA Universitas Hasanudin, Makassar.

Ryan, T. P., 1997, Modern Regression Methods, John Willey and Sons, New York.

Silverman, B., W., 1998, Density Estimation for Statistics and Data Analysis, University of Bath, UK.

Sriningsih, M., Hatidja, D., dan Prang, J. D., 2018, Penanganan Multikolinearitas dengan menggunakan Analisis Regresi Komponen Utama pada Kasus Impor Beras di Provinsi Sulut, Jurnal Ilmiah Sains 1(18): 18-24.

Sukarsa, I. K. G. dan Srinadi, I. G. A. M., 2012, Estimator Kernel dalam Model Regresi Nonparametrik, Jurnal Matematika 2(1): 19-30.

Suparti, Warsito, B., dan Mukid, M.A., 2014, Analisis Data Inflasi di Indonesia menggunakan Model Polinoial Lokal, IndoMS Journal on Statistics, 1(2): 65-78.

Susetyo, 2011, Analisis Pengaruh Tingkat Investasi, Algomerasi, Tenaga Kerja, dan Indeks Pembangunan terhadap Pertumbuhan Ekonomi Kabupaten/Kota di Jawa Tengah, Skripsi, Universitas Diponegoro, Semarang.

Tadaro, M., 2000, Economic Development, Seventh Edition, New York University, New York.

Varberg dan Molenbergh, G., 2000, Linear Mixed Model for Longitudinal Data, Springer Verlag, New York.

Varberg dan Purcell, 2010, Kalkulus Edisi Kesembilan, Jilid 1, Erlangga, Jakarta.

Walpole, R. E. dan Myers, R. H., 1995, Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan Edisi 4, Terjemahan Jozep Edyanto, ITB, Bandung.

Wolberg, J. R., 2000, Expert Trading Systems: Modeling Financial Markets with Kernel Regression, Jhon Willey & Sons, New York.

Wu, H. dan Zhang, J. T., 2006, Nonparametric Regression Methods for Longitudinal Data Analysis, Jhon Willey & Sons, New York.

Yitnosumarto, S., 1990, Dasar-dasar Statistika: dengan Penekanan Terapan dalam Bidang Agrokompleks, Teknologi, dan Sosial, Rajawali, Jakarta.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Laju Pertumbuhan Ekonomi Nusa Tenggara Barat 2016-2020

No.	Kab./Kota	Tahun	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	Lombok Barat	2016	5,70	65,55	631	784,74	218,19	66,83
2	Lombok Barat	2017	6,54	66,37	641	784,74	238,73	68,11
3	Lombok Barat	2018	0,57	67,18	650	771,03	301,15	59,99
4	Lombok Barat	2019	3,84	68,03	659	798,01	279,32	70,94
5	Lombok Barat	2020	-7,08	68,20	669	703,29	274,46	67,89
6	Lombok Tengah	2016	5,65	63,22	763	998,65	161,14	67,41
7	Lombok Tengah	2017	6,43	64,36	770	998,65	170,29	69,31
8	Lombok Tengah	2018	3,14	65,36	777	985,22	180,97	67,59
9	Lombok Tengah	2019	4,06	66,36	784	1.032,68	199,49	71,86
10	Lombok Tengah	2020	-6,68	66,43	791	957,31	225,84	75,04
11	Lombok Timur	2016	5,23	63,70	731	1.162,76	253,55	64,19
12	Lombok Timur	2017	6,25	64,37	737	1.162,76	269,05	67,78
13	Lombok Timur	2018	3,40	65,35	742	1.147,73	295,16	65,34
14	Lombok Timur	2019	4,70	66,23	748	1.193,78	294,93	66,50
15	Lombok Timur	2020	-3,10	66,30	753	1.091,09	322,94	68,11
16	Sumbawa	2016	5,42	64,89	67	830,27	140,39	69,66
17	Sumbawa	2017	6,86	65,84	68	875,37	139,12	66,79
18	Sumbawa	2018	4,16	66,77	68	821,93	144,01	69,11
19	Sumbawa	2019	4,86	67,60	69	853,80	148,38	67,23
20	Sumbawa	2020	-4,13	67,61	69	792,88	171,83	69,11
21	Dompu	2016	5,19	65,48	104	582,22	80,02	64,00
22	Dompu	2017	6,75	66,33	106	582,29	76,01	64,99
23	Dompu	2018	4,38	66,97	107	572,06	88,82	65,98
24	Dompu	2019	4,45	67,83	108	594,56	101,03	67,65
25	Dompu	2020	-3,21	67,84	110	546,00	109,35	70,06
26	Bima	2016	5,30	64,15	108	895,04	108,39	67,68
27	Bima	2017	6,27	65,01	109	895,04	120,45	76,18
28	Bima	2018	4,04	65,62	110	880,92	195,31	76,09
29	Bima	2019	4,26	66,37	111	909,11	139,52	75,21
30	Bima	2020	-3,49	66,30	112	846,20	153,60	72,27
31	Sumbawa Barat	2016	5,55	69,26	74	402,62	40,24	70,91
32	Sumbawa Barat	2017	5,95	70,08	76	403,83	42,84	62,40
33	Sumbawa Barat	2018	5,53	70,71	78	400,28	57,17	72,10
34	Sumbawa Barat	2019	4,82	71,52	80	417,48	68,41	69,56
35	Sumbawa Barat	2020	-2,77	71,63	82	376,61	76,74	69,73
36	Lombok Utara	2016	5,22	62,24	265	398,21	76,32	72,58
37	Lombok Utara	2017	6,14	63,04	267	412,63	135,47	70,90

Lampiran 1. Lanjutan

No.	Kab./Kota	Tahun	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
38	Lombok Utara	2018	-0,87	63,83	270	392,93	200,00	60,40
39	Lombok Utara	2019	5,88	64,49	272	409,70	185,25	73,31
40	Lombok Utara	2020	-7,44	64,42	274	378,53	220,56	73,60
41	Kota Mataram	2016	8,01	77,20	7.493	609,02	255,00	63,31
42	Kota Mataram	2017	8,07	77,84	7.643	653,13	300,00	64,53
43	Kota Mataram	2018	4,95	78,43	7.789	598,32	350,26	63,31
44	Kota Mataram	2019	5,58	79,10	7.940	634,38	339,93	64,87
45	Kota Mataram	2020	-5,50	78,91	8.086	582,77	415,00	68,07
46	Kota Bima	2016	5,79	73,67	786	464,12	808,24	67,02
47	Kota Bima	2017	6,65	74,36	802	464,12	782,04	72,35
48	Kota Bima	2018	4,74	75,04	818	455,97	783,52	66,68
49	Kota Bima	2019	5,22	75,80	834	484,76	769,99	72,20
50	Kota Bima	2020	-4,95	75,81	850	442,04	819,54	74,24

Keterangan:

Y = Laju Pertumbuhan Ekonomi (LPE)

X_1 = Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

X_2 = Kepadatan Penduduk (KP)

X_3 = Dana Alokasi Umum (DAU)

X_4 = Pendapatan Asli Daerah (PAD)

X_5 = Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK)

Lampiran 2. *Syntax* Regresi Nonparametrik Kernel

```
###Panggil data respon dan variabel###
library (openxlsx)
mydata2  <-  read.xlsx("D:\\DataRizal.xlsx",  sheet=1,
    startRow=1, colNames=TRUE)
mydata2 = data.frame(mydata2)
mydata2
###data respon
nrow(mydata2)
ncol(mydata2)
respon = as.matrix(mydata2[,4])
respon
###input  indeks  variabel  yang  sudah  tercatat  di
    DataRizalIndeks.xlxs###
dataindeks   <-   read.xlsx("D:\\DataRizalIndeks.xlsx",
    sheet=1, startRow=1, colNames=TRUE)
dataindeks = data.frame(dataindeks)
dataindeks
indeks = as.matrix(dataindeks)
indeks=matrix(indeks,nrow = 5,ncol = 1)
indeks
###data variabel
x = matrix(ncol=nrow(indeks),nrow=nrow(respon))
x
for (i in 1:nrow(indeks))
{
  for (j in 1:nrow(respon))
  {
    x[j,i]  =  mydata2[j,indeks[i]+4]  ###data  variabel
    mulai dari kolom ke-4 di file DataRizal.xlxs###
  }
}
x[j,i]
x
x[2,3]

###Inisialisasi  parameter  algoritma  genetika  dan
    memanggil   data   parameter   yang   ada   di
    DataRizalPar.xlxs###
gen = nrow(indeks)
gen
datapar <- read.xlsx("D:\\DataRizalPar.xlsx", sheet=1,
    startRow=1, colNames=TRUE)
datapar = data.frame(datapar)
datapar = as.matrix(datapar)
datapar
npop = datapar[1]
npop
```

```
p_mutasi = datapar[2]
p_mutasi
ngenerasi = datapar[3]
ngenerasi
par = nrow(x) ###par diambil sama dengan banyak data
par
batasbawah = par^(-1/(4+gen))-0.5 ###Silverman
batasbawah
batasatas = par^(-1/(4+gen))+0.5 ###Silverman
batasatas
###inisialisasi populasi
pop = matrix(ncol = 5, nrow = 50)
pop
for (i in 1:npop)
{
  for (j in 1:gen)
  {
    pop[i,j] = runif(1,batasbawah,batasatas)
  }
}
pop[i,j]
pop
###definisikan fungsi kernel dan fungsi GCV###
library(pracma)
kernel = function(u)
{
  if (abs(u)<=1) 1-u
  else 0
}
gcv = function(respon,x,h)
{
  h = pop[1,]
  y=respon
  n = nrow(y)
  wbesar=list()
  xkecil=mydata2[,5:9]
  B=list()
  y_topi=list()
  H_topi=list()
  for(region in 1:50){
    xmin=xkecil[region,]
    xlong=xkecil
    for(i in 1:50){
      xlong[i,]=(1/h)*(1-abs((xlong[i,]-xmin)/h))
    }
    kali=xlong[1]
    for (i in 2:5){
      kali=kali*xlong[i]
    }
```

```
    w1=diag(kali[,1])
    wbesar=append(wbesar,list(w1))
    xp=matrix(1,50,1)
    xpt=t(xp)
    a=xpt%*%w1%*%xp
    aI=solve(a)
    b=(xpt%*%w1%*%y)
    B1=aI%*%b
    y_topi1=1%*%B1
    H_topi1=1%*%solve(a)%*%xpt%*%w1
    B=append(B,list(B1))
    y_topi=append(y_topi,list(y_topi1))
    H_topi=append(H_topi,list(H_topi1))
  }
  y_topi=as.matrix(y_topi)
  H_topi=as.matrix(H_topi)
  I=diag(1,50,50)
  atas = (t(y-y_topi)%*%(y-y_topi))/n
  atas
  bawah = ((sum(diag(I-H_topi)))/n)^2
  bawah
  gcv = atas/bawah
  gcv
  return(gcv)
}
###proses algoritma genetika###
generasi = 0
while (generasi < ngenerasi)
{
  nilaifit = matrix(ncol = npop)
  nilaifit
  for (i in 1:npop)
  {
    nilaifit[i] = gcv(respon,x,pop[i,])
    nilaifit[i]
  }

  ###urutkan individu berdasarkan nilai GCV###
  urutan   =   sort(nilaifit,   decreasing   =   FALSE,
    index.return = TRUE)
  urutanfitness = urutan$'x' ### Nilai gcv yang sudah
    terurut dari minimum ke maksimum
  urutanpop  =  urutan$ix  ###  Urutan  indeks  populasi
    berdasarkan nilai
  gcv (min -> max)
  ###seleksi individu terbaik###
  selected = matrix(nrow=floor(npop/2),ncol=gen)
  for (i in 1:floor(npop/2))
  {
```

```
  selected[i,] = pop[urutanpop[i],]
}
###persilangan individu terseleksi###
baris = nrow(selected)
hasil_persilangan = matrix(nrow = npop-baris, ncol =
  gen)
for (i in 1:(npop-baris))
{
  indeks1 = sample(1:baris,1)
  indeks2 = sample(1:baris,1)
  if (gen == 1)
  {
    hasil_persilangan[i,] = selected[indeks1,]
  }
  else
  {
    inds = sample(1:gen,1)
    if (inds == gen)
    {
      hasil_persilangan[i,] = selected[indeks1,]
    }
    else
    {
      hasil_persilangan[i,]                          =
  c(selected[indeks1,1:inds],

  selected[indeks2,(inds+1):gen])
    }
  }
}
###bentuk populasi baru###
pop_baru = matrix(nrow = npop, ncol = gen)
for (i in 1:baris)
{
  pop_baru[i,] = selected[i,]
}
for (i in 1:(npop-baris))
{
  pop_baru[i+baris,] = hasil_persilangan[i,]
}
###Mutasi populasi###
for (i in 1:nrow(pop_baru))
{
  r_mutasi = runif(1)
  if (r_mutasi <= p_mutasi)
  {
    if (gen == 1)
    {
      ind1 = 1
```

```
        ind2 = 1
      }
      else
      {
        ind1 = sample(1:gen,1)
        ind2 = sample(1:gen,1)
      }
      temp = pop_baru[i,ind1]
      pop_baru[i,ind1] = pop_baru[i,ind2]
      pop_baru[i,ind2] = temp
    }
  }
  pop = pop_baru
  npop = nrow(pop)
  ###urutkan kembali individu berdasarkan nilai GCV###
  nilaifit = matrix(ncol = npop)
  for (i in 1:npop)
  {
    nilaifit[i] = gcv(respon,x,pop[i,])
  }
  indeks
  urutan   =   sort(nilaifit,   decreasing   =   FALSE,
    index.return = TRUE)
  urutanfitness = urutan$'x' #### Nilai gcv yang sudah
    terurut dari minimum ke maksimum
  urutanpop  =  urutan$ix  ###  Urutan  indeks  populasi
    berdasarkan nilai
  gcv (min -> max)
  urutan
  urutanfitness
  for (i in 1:npop)
  {
    pop[i,] = pop[urutanpop[i],]
  }
  generasi = generasi+1
}
###cetak bandwidth terbaik dan nilai GCV-nya###
cetakgcv = as.matrix(urutanfitness)
cetakgcv
popfitness = cbind(pop,cetakgcv)
popfitness
library(MASS)
write.matrix(popfitness,file="d:/bandwithRizal",sep=";"
    )
```

Lampiran 3. Tabel Durbin-Watson

Tabel Durbin-Watson (DW), $\alpha = 5\%$

Catatan-Catatan Reproduksi dan Cara Membaca Tabel:

a. Tabel DW ini direproduksi dengan merubah format tabel mengikuti format tabel DW yang umumnya dilampirkan pada buku-buku teks statistik/ekonometrik di Indonesia, agar lebih mudah dibaca dan diperbandingkan.
b. Simbol k pada tabel menunjukkan banyaknya variabel bebas, tidak termasuk variabel terikat.
c. Simbol n pada tabel menunjukkan banyaknya observasi.

n	k=1		k=2		k=3		k=4		k=5	
	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU
6	0.6102	1.4002								
7	0.6996	1.3564	0.4672	1.8964						
8	0.7629	1.3324	0.5591	1.7771	0.3674	2.2866				
9	0.8243	1.3199	0.6291	1.6993	0.4548	2.1282	0.2957	2.5881		
10	0.8791	1.3197	0.6972	1.6413	0.5253	2.0163	0.3760	2.4137	0.2427	2.8217
11	0.9273	1.3241	0.7580	1.6044	0.5948	1.9280	0.4441	2.2833	0.3155	2.6446
12	0.9708	1.3314	0.8122	1.5794	0.6577	1.8640	0.5120	2.1766	0.3796	2.5061
13	1.0097	1.3404	0.8612	1.5621	0.7147	1.8159	0.5745	2.0943	0.4445	2.3897
14	1.0450	1.3503	0.9054	1.5507	0.7667	1.7788	0.6321	2.0296	0.5052	2.2959
15	1.0770	1.3605	0.9455	1.5432	0.8140	1.7501	0.6852	1.9774	0.5620	2.2198
16	1.1062	1.3709	0.9820	1.5386	0.8572	1.7277	0.7340	1.9351	0.6150	2.1567
17	1.1330	1.3812	1.0154	1.5361	0.8968	1.7101	0.7790	1.9005	0.6641	2.1041
18	1.1576	1.3913	1.0461	1.5353	0.9331	1.6961	0.8204	1.8719	0.7098	2.0600
19	1.1804	1.4012	1.0743	1.5355	0.9666	1.6851	0.8588	1.8482	0.7523	2.0226
20	1.2015	1.4107	1.1004	1.5367	0.9976	1.6763	0.8943	1.8283	0.7918	1.9908
21	1.2212	1.4200	1.1246	1.5385	1.0262	1.6694	0.9272	1.8116	0.8286	1.9635
22	1.2395	1.4289	1.1471	1.5408	1.0529	1.6640	0.9578	1.7974	0.8629	1.9400
23	1.2567	1.4375	1.1682	1.5435	1.0778	1.6597	0.9864	1.7855	0.8949	1.9196
24	1.2728	1.4458	1.1878	1.5464	1.1010	1.6565	1.0131	1.7753	0.9249	1.9018
25	1.2879	1.4537	1.2063	1.5495	1.1228	1.6540	1.0381	1.7666	0.9530	1.8863
26	1.3022	1.4614	1.2236	1.5528	1.1432	1.6523	1.0616	1.7591	0.9794	1.8727
27	1.3157	1.4688	1.2399	1.5562	1.1624	1.6510	1.0836	1.7527	1.0042	1.8608
28	1.3284	1.4759	1.2553	1.5596	1.1805	1.6503	1.1044	1.7473	1.0276	1.8502
29	1.3405	1.4828	1.2699	1.5631	1.1976	1.6499	1.1241	1.7426	1.0497	1.8409
30	1.3520	1.4894	1.2837	1.5666	1.2138	1.6498	1.1426	1.7386	1.0706	1.8326
31	1.3630	1.4957	1.2969	1.5701	1.2292	1.6500	1.1602	1.7352	1.0904	1.8252
32	1.3734	1.5019	1.3093	1.5736	1.2437	1.6505	1.1769	1.7323	1.1092	1.8187
33	1.3834	1.5078	1.3212	1.5770	1.2576	1.6511	1.1927	1.7298	1.1270	1.8128
34	1.3929	1.5136	1.3325	1.5805	1.2707	1.6519	1.2078	1.7277	1.1439	1.8076
35	1.4019	1.5191	1.3433	1.5838	1.2833	1.6528	1.2221	1.7259	1.1601	1.8029
36	1.4107	1.5245	1.3537	1.5872	1.2953	1.6539	1.2358	1.7245	1.1755	1.7987
37	1.4190	1.5297	1.3635	1.5904	1.3068	1.6550	1.2489	1.7233	1.1901	1.7950

38	1.4270	1.5348	1.3730	1.5937	1.3177	1.6563	1.2614	1.7223	1.2042	1.7916
39	1.4347	1.5396	1.3821	1.5969	1.3283	1.6575	1.2734	1.7215	1.2176	1.7886
40	1.4421	1.5444	1.3908	1.6000	1.3384	1.6589	1.2848	1.7209	1.2305	1.7859
41	1.4493	1.5490	1.3992	1.6031	1.3480	1.6603	1.2958	1.7205	1.2428	1.7835
42	1.4562	1.5534	1.4073	1.6061	1.3573	1.6617	1.3064	1.7202	1.2546	1.7814
43	1.4628	1.5577	1.4151	1.6091	1.3663	1.6632	1.3166	1.7200	1.2660	1.7794
44	1.4692	1.5619	1.4226	1.6120	1.3749	1.6647	1.3263	1.7200	1.2769	1.7777
45	1.4754	1.5660	1.4298	1.6148	1.3832	1.6662	1.3357	1.7200	1.2874	1.7762
46	1.4814	1.5700	1.4368	1.6176	1.3912	1.6677	1.3448	1.7201	1.2976	1.7748
47	1.4872	1.5739	1.4435	1.6204	1.3989	1.6692	1.3535	1.7203	1.3073	1.7736
48	1.4928	1.5776	1.4500	1.6231	1.4064	1.6708	1.3619	1.7206	1.3167	1.7725
49	1.4982	1.5813	1.4564	1.6257	1.4136	1.6723	1.3701	1.7210	1.3258	1.7716
50	1.5035	1.5849	1.4625	1.6283	1.4206	1.6739	1.3779	1.7214	1.3346	1.7708
51	1.5086	1.5884	1.4684	1.6309	1.4273	1.6754	1.3855	1.7218	1.3431	1.7701
52	1.5135	1.5917	1.4741	1.6334	1.4339	1.6769	1.3929	1.7223	1.3512	1.7694
53	1.5183	1.5951	1.4797	1.6359	1.4402	1.6785	1.4000	1.7228	1.3592	1.7689
54	1.5230	1.5983	1.4851	1.6383	1.4464	1.6800	1.4069	1.7234	1.3669	1.7684
55	1.5276	1.6014	1.4903	1.6406	1.4523	1.6815	1.4136	1.7240	1.3743	1.7681
56	1.5320	1.6045	1.4954	1.6430	1.4581	1.6830	1.4201	1.7246	1.3815	1.7678
57	1.5363	1.6075	1.5004	1.6452	1.4637	1.6845	1.4264	1.7253	1.3885	1.7675
58	1.5405	1.6105	1.5052	1.6475	1.4692	1.6860	1.4325	1.7259	1.3953	1.7673
59	1.5446	1.6134	1.5099	1.6497	1.4745	1.6875	1.4385	1.7266	1.4019	1.7672
60	1.5485	1.6162	1.5144	1.6518	1.4797	1.6889	1.4443	1.7274	1.4083	1.7671
61	1.5524	1.6189	1.5189	1.6540	1.4847	1.6904	1.4499	1.7281	1.4146	1.7671
62	1.5562	1.6216	1.5232	1.6561	1.4896	1.6918	1.4554	1.7288	1.4206	1.7671
63	1.5599	1.6243	1.5274	1.6581	1.4943	1.6932	1.4607	1.7296	1.4265	1.7671
64	1.5635	1.6268	1.5315	1.6601	1.4990	1.6946	1.4659	1.7303	1.4322	1.7672
65	1.5670	1.6294	1.5355	1.6621	1.5035	1.6960	1.4709	1.7311	1.4378	1.7673
66	1.5704	1.6318	1.5395	1.6640	1.5079	1.6974	1.4758	1.7319	1.4433	1.7675
67	1.5738	1.6343	1.5433	1.6660	1.5122	1.6988	1.4806	1.7327	1.4486	1.7676
68	1.5771	1.6367	1.5470	1.6678	1.5164	1.7001	1.4853	1.7335	1.4537	1.7678
69	1.5803	1.6390	1.5507	1.6697	1.5205	1.7015	1.4899	1.7343	1.4588	1.7680
70	1.5834	1.6413	1.5542	1.6715	1.5245	1.7028	1.4943	1.7351	1.4637	1.7683
71	1.5865	1.6435	1.5577	1.6733	1.5284	1.7041	1.4987	1.7358	1.4685	1.7685
72	1.5895	1.6457	1.5611	1.6751	1.5323	1.7054	1.5029	1.7366	1.4732	1.7688
73	1.5924	1.6479	1.5645	1.6768	1.5360	1.7067	1.5071	1.7375	1.4778	1.7691
74	1.5953	1.6500	1.5677	1.6785	1.5397	1.7079	1.5112	1.7383	1.4822	1.7694
75	1.5981	1.6521	1.5709	1.6802	1.5432	1.7092	1.5151	1.7390	1.4866	1.7698
76	1.6009	1.6541	1.5740	1.6819	1.5467	1.7104	1.5190	1.7399	1.4909	1.7701
77	1.6036	1.6561	1.5771	1.6835	1.5502	1.7117	1.5228	1.7407	1.4950	1.7704
78	1.6063	1.6581	1.5801	1.6851	1.5535	1.7129	1.5265	1.7415	1.4991	1.7708
79	1.6089	1.6601	1.5830	1.6867	1.5568	1.7141	1.5302	1.7423	1.5031	1.7712
80	1.6114	1.6620	1.5859	1.6882	1.5600	1.7153	1.5337	1.7430	1.5070	1.7716
81	1.6139	1.6639	1.5888	1.6898	1.5632	1.7164	1.5372	1.7438	1.5109	1.7720
82	1.6164	1.6657	1.5915	1.6913	1.5663	1.7176	1.5406	1.7446	1.5146	1.7724
83	1.6188	1.6675	1.5942	1.6928	1.5693	1.7187	1.5440	1.7454	1.5183	1.7728
84	1.6212	1.6693	1.5969	1.6942	1.5723	1.7199	1.5472	1.7462	1.5219	1.7732
85	1.6235	1.6711	1.5995	1.6957	1.5752	1.7210	1.5505	1.7470	1.5254	1.7736
86	1.6258	1.6728	1.6021	1.6971	1.5780	1.7221	1.5536	1.7478	1.5289	1.7740
87	1.6280	1.6745	1.6046	1.6985	1.5808	1.7232	1.5567	1.7485	1.5322	1.7745
88	1.6302	1.6762	1.6071	1.6999	1.5836	1.7243	1.5597	1.7493	1.5356	1.7749

89	1.6324	1.6778	1.6095	1.7013	1.5863	1.7254	1.5627	1.7501	1.5388	1.7754
90	1.6345	1.6794	1.6119	1.7026	1.5889	1.7264	1.5656	1.7508	1.5420	1.7758
91	1.6366	1.6810	1.6143	1.7040	1.5915	1.7275	1.5685	1.7516	1.5452	1.7763
92	1.6387	1.6826	1.6166	1.7053	1.5941	1.7285	1.5713	1.7523	1.5482	1.7767
93	1.6407	1.6841	1.6188	1.7066	1.5966	1.7295	1.5741	1.7531	1.5513	1.7772
94	1.6427	1.6857	1.6211	1.7078	1.5991	1.7306	1.5768	1.7538	1.5542	1.7776
95	1.6447	1.6872	1.6233	1.7091	1.6015	1.7316	1.5795	1.7546	1.5572	1.7781
96	1.6466	1.6887	1.6254	1.7103	1.6039	1.7326	1.5821	1.7553	1.5600	1.7785
97	1.6485	1.6901	1.6275	1.7116	1.6063	1.7335	1.5847	1.7560	1.5628	1.7790
98	1.6504	1.6916	1.6296	1.7128	1.6086	1.7345	1.5872	1.7567	1.5656	1.7795
99	1.6522	1.6930	1.6317	1.7140	1.6108	1.7355	1.5897	1.7575	1.5683	1.7799
100	1.6540	1.6944	1.6337	1.7152	1.6131	1.7364	1.5922	1.7582	1.5710	1.7804
101	1.6558	1.6958	1.6357	1.7163	1.6153	1.7374	1.5946	1.7589	1.5736	1.7809
102	1.6576	1.6971	1.6376	1.7175	1.6174	1.7383	1.5969	1.7596	1.5762	1.7813
103	1.6593	1.6985	1.6396	1.7186	1.6196	1.7392	1.5993	1.7603	1.5788	1.7818
104	1.6610	1.6998	1.6415	1.7198	1.6217	1.7402	1.6016	1.7610	1.5813	1.7823
105	1.6627	1.7011	1.6433	1.7209	1.6237	1.7411	1.6038	1.7617	1.5837	1.7827
106	1.6644	1.7024	1.6452	1.7220	1.6258	1.7420	1.6061	1.7624	1.5861	1.7832
107	1.6660	1.7037	1.6470	1.7231	1.6277	1.7428	1.6083	1.7631	1.5885	1.7837
108	1.6676	1.7050	1.6488	1.7241	1.6297	1.7437	1.6104	1.7637	1.5909	1.7841
109	1.6692	1.7062	1.6505	1.7252	1.6317	1.7446	1.6125	1.7644	1.5932	1.7846
110	1.6708	1.7074	1.6523	1.7262	1.6336	1.7455	1.6146	1.7651	1.5955	1.7851
111	1.6723	1.7086	1.6540	1.7273	1.6355	1.7463	1.6167	1.7657	1.5977	1.7855
112	1.6738	1.7098	1.6557	1.7283	1.6373	1.7472	1.6187	1.7664	1.5999	1.7860
113	1.6753	1.7110	1.6574	1.7293	1.6391	1.7480	1.6207	1.7670	1.6021	1.7864
114	1.6768	1.7122	1.6590	1.7303	1.6410	1.7488	1.6227	1.7677	1.6042	1.7869
115	1.6783	1.7133	1.6606	1.7313	1.6427	1.7496	1.6246	1.7683	1.6063	1.7874
116	1.6797	1.7145	1.6622	1.7323	1.6445	1.7504	1.6265	1.7690	1.6084	1.7878
117	1.6812	1.7156	1.6638	1.7332	1.6462	1.7512	1.6284	1.7696	1.6105	1.7883
118	1.6826	1.7167	1.6653	1.7342	1.6479	1.7520	1.6303	1.7702	1.6125	1.7887
119	1.6839	1.7178	1.6669	1.7352	1.6496	1.7528	1.6321	1.7709	1.6145	1.7892
120	1.6853	1.7189	1.6684	1.7361	1.6513	1.7536	1.6339	1.7715	1.6164	1.7896
121	1.6867	1.7200	1.6699	1.7370	1.6529	1.7544	1.6357	1.7721	1.6184	1.7901
122	1.6880	1.7210	1.6714	1.7379	1.6545	1.7552	1.6375	1.7727	1.6203	1.7905
123	1.6893	1.7221	1.6728	1.7388	1.6561	1.7559	1.6392	1.7733	1.6222	1.7910
124	1.6906	1.7231	1.6743	1.7397	1.6577	1.7567	1.6409	1.7739	1.6240	1.7914
125	1.6919	1.7241	1.6757	1.7406	1.6592	1.7574	1.6426	1.7745	1.6258	1.7919
126	1.6932	1.7252	1.6771	1.7415	1.6608	1.7582	1.6443	1.7751	1.6276	1.7923
127	1.6944	1.7261	1.6785	1.7424	1.6623	1.7589	1.6460	1.7757	1.6294	1.7928
128	1.6957	1.7271	1.6798	1.7432	1.6638	1.7596	1.6476	1.7763	1.6312	1.7932
129	1.6969	1.7281	1.6812	1.7441	1.6653	1.7603	1.6492	1.7769	1.6329	1.7937
130	1.6981	1.7291	1.6825	1.7449	1.6667	1.7610	1.6508	1.7774	1.6346	1.7941
131	1.6993	1.7301	1.6838	1.7458	1.6682	1.7617	1.6523	1.7780	1.6363	1.7945
132	1.7005	1.7310	1.6851	1.7466	1.6696	1.7624	1.6539	1.7786	1.6380	1.7950
133	1.7017	1.7319	1.6864	1.7474	1.6710	1.7631	1.6554	1.7791	1.6397	1.7954
134	1.7028	1.7329	1.6877	1.7482	1.6724	1.7638	1.6569	1.7797	1.6413	1.7958
135	1.7040	1.7338	1.6889	1.7490	1.6738	1.7645	1.6584	1.7802	1.6429	1.7962
136	1.7051	1.7347	1.6902	1.7498	1.6751	1.7652	1.6599	1.7808	1.6445	1.7967
137	1.7062	1.7356	1.6914	1.7506	1.6765	1.7659	1.6613	1.7813	1.6461	1.7971
138	1.7073	1.7365	1.6926	1.7514	1.6778	1.7665	1.6628	1.7819	1.6476	1.7975
139	1.7084	1.7374	1.6938	1.7521	1.6791	1.7672	1.6642	1.7824	1.6491	1.7979

140	1.7095	1.7382	1.6950	1.7529	1.6804	1.7678	1.6656	1.7830	1.6507	1.7984
141	1.7106	1.7391	1.6962	1.7537	1.6817	1.7685	1.6670	1.7835	1.6522	1.7988
142	1.7116	1.7400	1.6974	1.7544	1.6829	1.7691	1.6684	1.7840	1.6536	1.7992
143	1.7127	1.7408	1.6985	1.7552	1.6842	1.7697	1.6697	1.7846	1.6551	1.7996
144	1.7137	1.7417	1.6996	1.7559	1.6854	1.7704	1.6710	1.7851	1.6565	1.8000
145	1.7147	1.7425	1.7008	1.7566	1.6866	1.7710	1.6724	1.7856	1.6580	1.8004
146	1.7157	1.7433	1.7019	1.7574	1.6878	1.7716	1.6737	1.7861	1.6594	1.8008
147	1.7167	1.7441	1.7030	1.7581	1.6890	1.7722	1.6750	1.7866	1.6608	1.8012
148	1.7177	1.7449	1.7041	1.7588	1.6902	1.7729	1.6762	1.7871	1.6622	1.8016
149	1.7187	1.7457	1.7051	1.7595	1.6914	1.7735	1.6775	1.7876	1.6635	1.8020
150	1.7197	1.7465	1.7062	1.7602	1.6926	1.7741	1.6788	1.7881	1.6649	1.8024
151	1.7207	1.7473	1.7072	1.7609	1.6937	1.7747	1.6800	1.7886	1.6662	1.8028
152	1.7216	1.7481	1.7083	1.7616	1.6948	1.7752	1.6812	1.7891	1.6675	1.8032
153	1.7226	1.7488	1.7093	1.7622	1.6959	1.7758	1.6824	1.7896	1.6688	1.8036
154	1.7235	1.7496	1.7103	1.7629	1.6971	1.7764	1.6836	1.7901	1.6701	1.8040
155	1.7244	1.7504	1.7114	1.7636	1.6982	1.7770	1.6848	1.7906	1.6714	1.8044
156	1.7253	1.7511	1.7123	1.7642	1.6992	1.7776	1.6860	1.7911	1.6727	1.8048
157	1.7262	1.7519	1.7133	1.7649	1.7003	1.7781	1.6872	1.7915	1.6739	1.8052
158	1.7271	1.7526	1.7143	1.7656	1.7014	1.7787	1.6883	1.7920	1.6751	1.8055
159	1.7280	1.7533	1.7153	1.7662	1.7024	1.7792	1.6895	1.7925	1.6764	1.8059
160	1.7289	1.7541	1.7163	1.7668	1.7035	1.7798	1.6906	1.7930	1.6776	1.8063
161	1.7298	1.7548	1.7172	1.7675	1.7045	1.7804	1.6917	1.7934	1.6788	1.8067
162	1.7306	1.7555	1.7182	1.7681	1.7055	1.7809	1.6928	1.7939	1.6800	1.8070
163	1.7315	1.7562	1.7191	1.7687	1.7066	1.7814	1.6939	1.7943	1.6811	1.8074
164	1.7324	1.7569	1.7200	1.7693	1.7075	1.7820	1.6950	1.7948	1.6823	1.8078
165	1.7332	1.7576	1.7209	1.7700	1.7085	1.7825	1.6960	1.7953	1.6834	1.8082
166	1.7340	1.7582	1.7218	1.7706	1.7095	1.7831	1.6971	1.7957	1.6846	1.8085
167	1.7348	1.7589	1.7227	1.7712	1.7105	1.7836	1.6982	1.7961	1.6857	1.8089
168	1.7357	1.7596	1.7236	1.7718	1.7115	1.7841	1.6992	1.7966	1.6868	1.8092
169	1.7365	1.7603	1.7245	1.7724	1.7124	1.7846	1.7002	1.7970	1.6879	1.8096
170	1.7373	1.7609	1.7254	1.7730	1.7134	1.7851	1.7012	1.7975	1.6890	1.8100
171	1.7381	1.7616	1.7262	1.7735	1.7143	1.7856	1.7023	1.7979	1.6901	1.8103
172	1.7389	1.7622	1.7271	1.7741	1.7152	1.7861	1.7033	1.7983	1.6912	1.8107
173	1.7396	1.7629	1.7279	1.7747	1.7162	1.7866	1.7042	1.7988	1.6922	1.8110
174	1.7404	1.7635	1.7288	1.7753	1.7171	1.7872	1.7052	1.7992	1.6933	1.8114
175	1.7412	1.7642	1.7296	1.7758	1.7180	1.7877	1.7062	1.7996	1.6943	1.8117
176	1.7420	1.7648	1.7305	1.7764	1.7189	1.7881	1.7072	1.8000	1.6954	1.8121
177	1.7427	1.7654	1.7313	1.7769	1.7197	1.7886	1.7081	1.8005	1.6964	1.8124
178	1.7435	1.7660	1.7321	1.7775	1.7206	1.7891	1.7091	1.8009	1.6974	1.8128
179	1.7442	1.7667	1.7329	1.7780	1.7215	1.7896	1.7100	1.8013	1.6984	1.8131
180	1.7449	1.7673	1.7337	1.7786	1.7224	1.7901	1.7109	1.8017	1.6994	1.8135
181	1.7457	1.7679	1.7345	1.7791	1.7232	1.7906	1.7118	1.8021	1.7004	1.8138
182	1.7464	1.7685	1.7353	1.7797	1.7241	1.7910	1.7128	1.8025	1.7014	1.8141
183	1.7471	1.7691	1.7360	1.7802	1.7249	1.7915	1.7137	1.8029	1.7023	1.8145
184	1.7478	1.7697	1.7368	1.7807	1.7257	1.7920	1.7146	1.8033	1.7033	1.8148
185	1.7485	1.7702	1.7376	1.7813	1.7266	1.7924	1.7155	1.8037	1.7042	1.8151
186	1.7492	1.7708	1.7384	1.7818	1.7274	1.7929	1.7163	1.8041	1.7052	1.8155
187	1.7499	1.7714	1.7391	1.7823	1.7282	1.7933	1.7172	1.8045	1.7061	1.8158
188	1.7506	1.7720	1.7398	1.7828	1.7290	1.7938	1.7181	1.8049	1.7070	1.8161
189	1.7513	1.7725	1.7406	1.7833	1.7298	1.7942	1.7189	1.8053	1.7080	1.8165
190	1.7520	1.7731	1.7413	1.7838	1.7306	1.7947	1.7198	1.8057	1.7089	1.8168

191	1.7526	1.7737	1.7420	1.7843	1.7314	1.7951	1.7206	1.8061	1.7098	1.8171
192	1.7533	1.7742	1.7428	1.7848	1.7322	1.7956	1.7215	1.8064	1.7107	1.8174
193	1.7540	1.7748	1.7435	1.7853	1.7329	1.7960	1.7223	1.8068	1.7116	1.8178
194	1.7546	1.7753	1.7442	1.7858	1.7337	1.7965	1.7231	1.8072	1.7124	1.8181
195	1.7553	1.7759	1.7449	1.7863	1.7345	1.7969	1.7239	1.8076	1.7133	1.8184
196	1.7559	1.7764	1.7456	1.7868	1.7352	1.7973	1.7247	1.8079	1.7142	1.8187
197	1.7566	1.7769	1.7463	1.7873	1.7360	1.7977	1.7255	1.8083	1.7150	1.8190
198	1.7572	1.7775	1.7470	1.7878	1.7367	1.7982	1.7263	1.8087	1.7159	1.8193
199	1.7578	1.7780	1.7477	1.7882	1.7374	1.7986	1.7271	1.8091	1.7167	1.8196
200	1.7584	1.7785	1.7483	1.7887	1.7382	1.7990	1.7279	1.8094	1.7176	1.8199