

Eigen Mathematics Journal



Homepage jurnal: <http://eigen.unram.ac.id>

Perancangan *Package* Regresi Nonparametrik Kernel dengan Optimasi Parameter Penghalus Menggunakan *Particle Swarm Optimization*

Burhanuddin^a, Mustika Hadijati^b, Irwansyah^c

^aProgram Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mataram, Jalan Majapahit No. 62, Mataram, 83125, Indonesia. Email: burhan.bnw@gmail.com

^bProgram Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mataram, Jalan Majapahit No. 62, Mataram, 83125, Indonesia. Email: mustika.hadijati@unram.ac.id

^cProgram Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mataram, Jalan Majapahit No. 62, Mataram, 83125, Indonesia. Email: irw@unram.ac.id

ABSTRACT

Regression analysis is one of the methods in statistics used to determine the relationship between two or more variables. One approach that can be used to determine the pattern of the relationship between the dependent variable and one or more independent variables is the nonparametric regression approach. The nonparametric approach does not depend on the assumption of a particular curve shape, therefore the nonparametric regression approach provides greater flexibility. One of the nonparametric regression approach models that has good ability in modeling data that does not have a certain pattern is kernel nonparametric regression. Kernel nonparametric regression is a smoothing technique in estimating the function using the kernel density estimator. This study aims to build a nonparametric kernel regression package. This package was built using the R programming language. The Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm is used in the process of selecting the optimal bandwidth value by minimizing the Generalized Cross Validation (GCV) value. The result obtained is a package that facilitates the nonparametric regression modeling process and simplifies the process of selecting the optimal bandwidth value.

Keywords: Particle Swarm Optimization Algorithm, Bandwidth, Nonparametric Regression.

* Corresponding author.

Alamat e-mail: burhan.bnw@gmail.com

ABSTRAK

Analisis regresi merupakan salah satu metode dalam statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara dua variabel atau lebih. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel dependen dengan satu atau lebih variabel independen adalah pendekatan regresi nonparametrik. Pendekatan nonparametrik tidak tergantung pada asumsi bentuk kurva tertentu, oleh karena itu pendekatan regresi nonparametrik memberikan fleksibilitas yang lebih besar. Salah satu model pendekatan regresi nonparametrik yang memiliki kemampuan yang baik dalam memodelkan data yang tidak mempunyai pola tertentu adalah regresi nonparametrik kernel. Regresi nonparametrik kernel merupakan suatu teknik pemulusan dalam mengestimasi fungsi dengan menggunakan estimator densitas kernel. Penelitian ini bertujuan untuk membangun *package* regresi nonparametrik kernel. *Package* ini dibangun dengan menggunakan bahasa pemrograman R. Algoritma *Particle Swarm Optimization* (PSO) digunakan dalam proses pemilihan nilai *bandwidth* optimal dengan meminimumkan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV). Hasil yang diperoleh adalah *package* yang memudahkan proses pemodelan regresi nonparametrik dan menyederhanakan proses pemilihan nilai *bandwidth* optimal.

Keywords: Algoritma *Particle Swarm Optimization*, *Bandwidth*, Regresi Nonparametrik.

Diserahkan: 25-01-2023; Diterima: 30-01-2023;

Doi: <https://doi.org/10.29303/emj.xxx.x>

1. Pendahuluan

Analisis regresi merupakan salah satu metode dalam statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara dua variabel atau lebih. Menurut Gujarati (2004), analisis regresi mempelajari tentang pola hubungan antara variabel dependen dengan satu atau lebih variabel independen. Pola hubungan antara variabel dependen dengan variabel independen dapat diestimasi dengan pendekatan parametrik atau nonparametrik.

Pendekatan regresi parametrik digunakan apabila pola hubungan antara variabel dependen dengan variabel independen diketahui. Akan tetapi, terdapat kasus dimana bentuk kurva regresi yang diperoleh tidak menunjukkan pola hubungan yang mudah untuk digambarkan atau tidak diketahui. Jika pola hubungan antara variabel dependen dengan variabel independen tidak diketahui, maka pendekatan regresi yang digunakan adalah pendekatan nonparametrik. Menurut Eubank (1999), pendekatan nonparametrik tidak tergantung pada asumsi bentuk kurva tertentu, oleh karena itu pendekatan regresi nonparametrik memberikan fleksibilitas yang lebih besar.

Terdapat beberapa model pendekatan regresi nonparametrik yang sering digunakan di antaranya kernel, histogram, deret *orthogonal*, deret Fourier, *wavelet*, dan spline (Budiantara, 2004). Penelitian terdahulu mengenai regresi dengan pendekatan nonparametrik telah diteliti oleh Junianingsih dan Karyana (2021) tentang regresi nonparametrik kernel dalam pemodelan jumlah kelahiran bayi di Jawa Barat tahun 2017. Estimasi fungsi regresi dilakukan dengan menggunakan estimator kernel Nadaraya Watson. Berdasarkan nilai *Mean Square Error* (MSE) dan *Standard Error* (SE), model regresi nonparametrik kernel lebih baik daripada model regresi linear sederhana. Penelitian lain telah dilakukan oleh Setyoningrum, dkk. (2021) tentang pendekatan regresi nonparametrik dengan estimator kernel pada data pertumbuhan ekonomi di Indonesia. Estimasi fungsi regresi menggunakan estimator kernel Nadaraya Watson. Nilai *bandwidth* optimal dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) menunjukkan kemampuan estimasi yang sangat baik. Penelitian lain telah dilakukan oleh Rifai (2019) tentang pendekatan regresi nonparametrik dengan fungsi kernel untuk indeks harga saham gabungan. Estimasi fungsi regresi menggunakan estimator

kernel Nadaraya Watson. Berdasarkan nilai MSE dan nilai *bandwidth* menunjukkan model terbaik untuk prediksi.

Regresi nonparametrik kernel merupakan suatu teknik pemulusan (*smoothing*) dalam mengestimasi fungsi dengan menggunakan estimator densitas kernel. Untuk menghasilkan fungsi terbaik pada regresi nonparametrik kernel, dilakukan pemilihan *bandwidth* yang optimal. *Bandwidth* adalah parameter pemulus yang berfungsi untuk mengontrol kemulusan dari kurva yang diestimasi. Salah satu kriteria menentukan *bandwidth* yang optimal yaitu dengan meminimumkan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV). Terdapat beberapa algoritma yang dapat digunakan untuk meminimumkan nilai GCV, yaitu algoritma *Simulated Annealing* (SA), Algoritma Genetika, *Particle Swarm Optimization* (PSO), dan sebagainya. Penelitian terdahulu yang telah dilakukan oleh Khadafi (2016) tentang implementasi algoritma PSO untuk probabilitas urutan pengiriman paket pengantaran kurir. Algoritma PSO ini dapat menghasilkan solusi untuk menentukan urutan-urutan tercepat pengiriman alamat-alamat dari beberapa paket. Penelitian lain telah dilakukan oleh Kusmarna, dkk. (2015) tentang aplikasi penjadwalan mata kuliah menggunakan algoritma PSO. Berdasarkan hasil pengujian, aplikasi penjadwalan perkuliahan menggunakan algoritma PSO mampu menghasilkan jadwal perkuliahan yang sudah tidak ada bentrok.

Algoritma PSO diperkenalkan oleh Dr. Eberhart dan Dr. Kennedy pada tahun 1995, merupakan algoritma optimasi yang meniru proses yang terjadi dalam kehidupan populasi burung dan ikan dalam bertahan hidup. Algoritma ini dapat memecahkan masalah dengan membentuk partikel-partikel pada populasi awal secara acak, mengevaluasi nilai *fitness*, dan meng-*update velocity* serta posisi dari partikel. Menurut Marini dan Walczak (2015), algoritma PSO, secara umum, seringkali digunakan untuk mencari titik optimal (minimum atau maksimum) dari suatu fungsi objektif dengan variabel banyak.

Seiring dengan semakin berkembangnya teknologi di bidang komputasi, mengakibatkan *software* berbasis statistik semakin banyak digunakan, di antaranya SPSS, MINITAB, S-plus, SAS, SASTA, atau Eviews. Tetapi, penggunaannya masih tidak dikhususkan dalam hal pendekatan nonparametrik. Oleh karenanya, dibutuhkan *software* khusus pendekatan nonparametrik agar penelitian-penelitian selanjutnya lebih mudah dalam menentukan model regresi dengan pendekatan nonparametrik, khususnya dalam penentuan *bandwidth* yang optimal. Menurut Chamber (2008), *Software R* mempunyai banyak fungsi, di antaranya untuk pengambilan atau ekstrak data, visualisasi data, pemodelan data, dan aplikasi data untuk berbagai

analisis. Menurut Torgo (2011), *software R* selalu *update* dengan cepat terhadap metode-metode baru dan memberikan fasilitas yang mudah bagi developer untuk membuat *Graphical User Interface* (GUI) di *package Deducer*. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dirancang sebuah *package* regresi nonparametrik kernel pada bahasa pemrograman R dengan algoritma optimisasi yang digunakan adalah algoritma *Particle Swarm Optimization*.

2. Metode

Alat yang digunakan dalam penelitian ini adalah *software* matematika R versi 4.2.1. Selanjutnya, data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data bangkitan yang dibangkitkan secara acak bilangan ($-1 < x < 1$) dengan varian yang berbeda-beda.

Penelitian ini dilakukan dengan tahapan sebagai berikut: (1) Studi literatur; (2) Membuat *package* regresi nonparametrik kernel; (3) Melakukan pengujian program; (4) Melakukan eksperimen komputasi; (5) Membuat kesimpulan.

3. Hasil dan Pembahasan

Dalam estimasi kernel, bentuk kernel dipengaruhi oleh fungsi kernel $K(u)$ dan *bandwidth* h . Fungsi kernel yang digunakan dalam penelitian ini adalah kernel *Uniform*, *Triangle*, *Epanechnikov*, *Quartic*, *Triweight*, *Gaussian*, dan *Kosinus*.

Langkah awal mencari *bandwidth* optimal yaitu dengan membangkitkan nilai *bandwidth* awal secara acak bilangan antara batas atas dan batas bawah tertentu menggunakan distribusi *uniform* (seragam). Salah satu alasan penggunaan distribusi *uniform* yaitu agar peluang terambilnya bilangan sama. Salah satu kriteria yang dapat dilakukan untuk pemilihan *bandwidth* optimal yaitu dengan meminimumkan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV). Dalam penelitian ini algoritma yang digunakan untuk meminimumkan fungsi GCV adalah algoritma *Particle Swarm Optimization* (PSO).

Proses pencarian solusi dan kualitas solusi dalam PSO sangat dipengaruhi oleh proses inisialisasi, pemilihan parameter, dan proses pemilihan *particle* terbaik. Setiap *particle* di dalam PSO berhubungan dengan suatu *velocity*. *Particle-particle* tersebut bergerak melalui penelusuran ruang dengan *velocity* yang dinamis yang disesuaikan menurut perilaku historisnya. Oleh karena itu, *particle-particle* mempunyai kecenderungan untuk bergerak ke area penelusuran yang lebih baik setelah melewati proses penelusuran.

Pada algoritma PSO vektor *velocity* diupdate untuk masing-masing *particle* kemudian menjumlahkan vektor *velocity* tersebut ke posisi

particle. *Update velocity* dipengaruhi oleh kedua solusi yaitu *global best* yang berhubungan dengan biaya yang paling rendah yang pernah diperoleh dari suatu *particle* dan solusi *local best* yang berhubungan dengan biaya yang paling rendah pada populasi awal. Jika solusi *local best* mempunyai suatu biaya yang kurang dari biaya solusi *global* yang ada, maka solusi *local best* menggantikan solusi *global best*.

Adapun dalam uji *package* yang telah dibuat yaitu dengan menggunakan data bangkitan berdistribusi normal. Hasil uji program yang telah dilakukan adalah sebagai berikut:

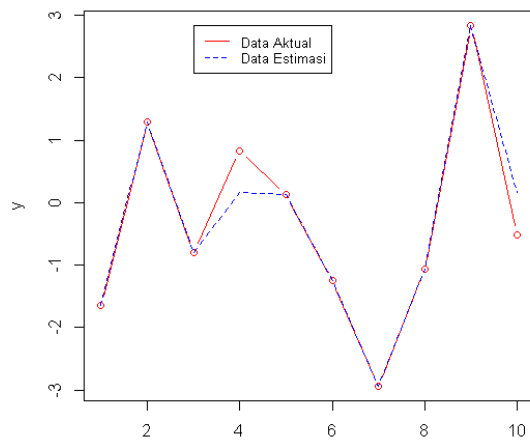
Kernel Uniform

Dari hasil percobaan, didapatkan nilai *bandwidth* optimal dan GCV minimum dengan algoritma PSO seperti pada Tabel 1.

Tabel 1 Nilai *Bandwidth* dan GCV Minimum Fungsi Kernel *Uniform*

Indikator	h_1	h_2	h_3
<i>Bandwidth</i> Optimal	0.4623624	1.7608963	0.1351770
GCV Minimum	0.1870339		

Nilai GCV minimum yang didapatkan adalah 0.1870339 dengan *bandwidth* Optimal $h_1 = 0.4623624$, $h_2 = 1.7608963$, $h_3 = 0.1351770$. Adapun kurva regresi data estimasi dan aktual dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1 Kurva Data Aktual dan Estimasi Menggunakan Fungsi Kernel *Uniform*

Dari Gambar 1 dapat dilihat pola sebaran data estimasi yang diperoleh mendekati pola sebaran data aslinya. Adapun hasil estimasi data dengan *bandwidth* optimal disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Hasil Estimasi Data Menggunakan Fungsi Kernel *Uniform*

No	Data Aktual	Data Estimasi
1	-1.6454485	-1.6454485
2	1.2842725	1.2842725
3	-0.7956836	-0.7956836
4	0.8335350	0.1566058
5	0.1271297	0.1271297
6	-1.2515853	-1.2515853
7	-2.9361788	-2.9361788
8	-1.0700169	-1.0700169
9	2.8341998	2.8341998
10	-0.5203234	0.1566058

Berdasarkan Tabel 2, terlihat bahwa data hasil estimasi dengan menggunakan model yang diperoleh tidak jauh berbeda dengan data aktualnya. Hal itu dapat dilihat dari nilai MSE yang didapatkan sebesar 0.09164662.

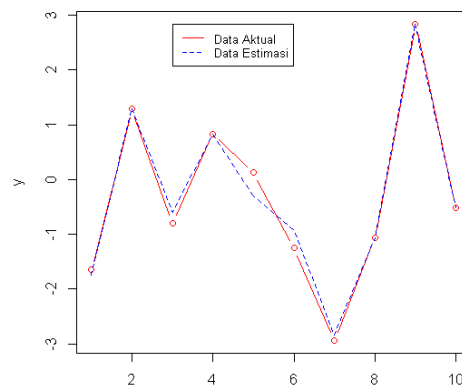
Kernel Triangle

Dari hasil percobaan, didapatkan nilai *bandwidth* optimal dan GCV minimum dengan algoritma PSO seperti pada Tabel 3.

Tabel 3 Nilai *Bandwidth* dan GCV Minimum Fungsi Kernel *Triangle*

Indikator	h_1	h_2	h_3
<i>Bandwidth</i> Optimal	0.4970542	0.2387852	0.8136547
GCV Minimum	0.07038391		

Nilai GCV minimum yang didapatkan adalah 0.07038391 dengan *bandwidth* Optimal $h_1 = 0.4970542$, $h_2 = 0.2387852$, $h_3 = 0.8136547$. Adapun kurva regresi data estimasi dan aktual dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2 Kurva Data Aktual dan Estimasi Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle*

Dari Gambar 2 dapat dilihat pola sebaran data estimasi yang diperoleh mendekati pola sebaran data aslinya. Adapun hasil estimasi data dengan *bandwidth* optimal disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4 Hasil Estimasi Data Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle*

No	Data Aktual	Data Estimasi
1	-1.6454485	-1.7436534
2	1.2842725	1.2842725
3	-0.7956836	-0.5971805
4	0.8335350	0.8335350
5	0.1271297	-0.3075943
6	-1.2515853	-0.9398091
7	-2.9361788	-2.8379740
8	-1.0700169	-1.0700169
9	2.8341998	2.8341998
10	-0.5203234	-0.5203234

Berdasarkan Tabel 4, terlihat bahwa data hasil estimasi dengan menggunakan model yang diperoleh tidak berbeda dengan data aktualnya. Hal itu dapat dilihat dari nilai MSE yang didapatkan sebesar 0.03448812.

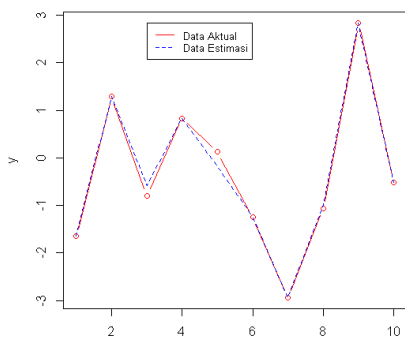
Kernel Epanechnikov

Dari hasil percobaan, didapatkan nilai *bandwidth* optimal dan GCV minimum dengan algoritma PSO seperti pada Tabel 5.

Tabel 5 Nilai *Bandwidth* dan GCV Minimum Fungsi Kernel Epanechnikov

Indikator	h_1	h_2	h_3
<i>Bandwidth</i> Optimal	0.07267606	67282963	06913680
GCV Minimum	0.02903742		

Nilai GCV minimum yang didapatkan adalah 0.02903742 dengan *bandwidth* Optimal $h_1 = 0.07267606$, $h_2 = 1.67282963$, $h_3 = 1.06913680$. Adapun kurva regresi data estimasi dan aktual dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3 Kurva Data Aktual dan Estimasi Menggunakan Fungsi Kernel Epanechnikov

Dari Gambar 3 dapat dilihat pola sebaran data estimasi yang diperoleh mendekati pola sebaran data aslinya. Adapun hasil estimasi data dengan *bandwidth* optimal disajikan pada table 5.6.

Tabel 6 Hasil Estimasi Data Menggunakan Fungsi Kernel Epanechnikov

No	Data Aktual	Data Estimasi
1	-1.6454485	-1.6454485
2	1.2842725	1.2842725
3	-0.7956836	-0.5882659
4	0.8335350	0.8335350
5	0.1271297	-0.1810330
6	-1.2515853	-1.2515853
7	-2.9361788	-2.9361788
8	-1.0700169	-1.0044658
9	2.8341998	2.8341998
10	-0.5203234	-0.5203234

Berdasarkan Tabel 5.6, terlihat bahwa data hasil estimasi dengan menggunakan model yang diperoleh tidak jauh berbeda dengan data aktualnya. Hal itu dapat dilihat dari nilai MSE yang didapatkan sebesar 0.01422834.

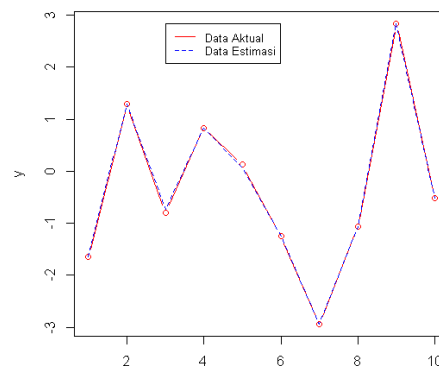
Kernel Quartic

Dari hasil percobaan, didapatkan nilai *bandwidth* optimal dan GCV minimum dengan algoritma PSO seperti pada Tabel 7.

Tabel 7 Nilai *Bandwidth* dan GCV Minimum Fungsi Kernel *Quartic*

Indikator	h_1	h_2	h_3
<i>Bandwidth</i> Optimal	0.058644	552553	825174
GCV Minimum	0.001466939		

Nilai GCV minimum yang didapatkan adalah 0.001466939 dengan *bandwidth* optimal $h_1 = 0.058644$, $h_2 = 1.552553$, $h_3 = 0.825174$. Adapun kurva regresi data estimasi dan aktual dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 4 Kurva Data Aktual dan Estimasi Menggunakan Fungsi Kernel *Quartic*

Dari Gambar 4 dapat dilihat pola sebaran data estimasi yang diperoleh mendekati pola sebaran data aslinya. Adapun hasil estimasi data dengan *bandwidth* optimal disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8 Hasil Estimasi Data Menggunakan Fungsi Kernel *Quartic*

No	Data Aktual	Data Estimasi
1	-1.6454485	-1.64544853
2	1.2842725	1.28427247
3	-0.7956836	-0.73789567
4	0.8335350	0.83353499
5	0.1271297	0.06519867
6	-1.2515853	-1.25158527
7	-2.9361788	-2.93617878
8	-1.0700169	-1.06639683
9	2.8341998	2.83419979
10	-0.5203234	-0.52032337

Berdasarkan Tabel 8, terlihat bahwa data hasil estimasi dengan menggunakan model yang diperoleh tidak berbeda dengan data aktualnya. Hal itu dapat dilihat dari nilai MSE yang didapatkan sebesar 0.0007188002.

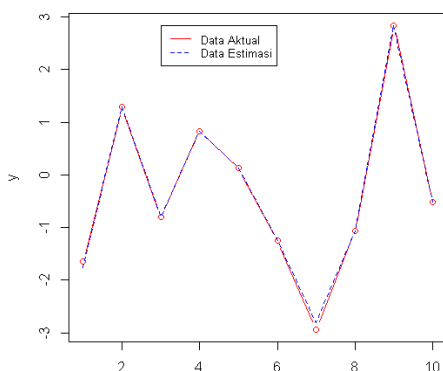
Kernel *Triweight*

Dari hasil percobaan, didapatkan nilai *bandwidth* optimal dan GCV minimum dengan algoritma PSO seperti pada Tabel 9.

Tabel 9 Nilai *Bandwidth* dan GCV Minimum Fungsi Kernel *Triweight*

Indikator	h_1	h_2	h_3
<i>andwidth</i> Optimal	1.8879807	0165797	7314599
GCV Minimum	0.005797798		

Nilai GCV minimum yang didapatkan adalah 0.005797798 dengan *bandwidth* Optimal $h_1 = 1.8879807$, $h_2 = 0.0165797$, $h_3 = 1.7314599$. Adapun kurva regresi data estimasi dan aktual dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5 Kurva Data Aktual dan Estimasi Menggunakan Fungsi Kernel *Triweight*

Dari Gambar 5 dapat dilihat pola sebaran data estimasi yang diperoleh mendekati pola sebaran data aslinya. Adapun hasil estimasi data dengan *bandwidth* optimal disajikan pada Tabel 10.

Tabel 10 Hasil Estimasi Data Menggunakan Fungsi Kernel *Triweight*

No	Data Aktual	Data Estimasi
1	-1.6454485	-1.7646316
2	1.2842725	1.2842725
3	-0.7956836	-0.7956836
4	0.8335350	0.8335350
5	0.1271297	0.1271297
6	-1.2515853	-1.2515853
7	-2.9361788	-2.8169957
8	-1.0700169	-1.0700169
9	2.8341998	2.8341998
10	-0.5203234	-0.5203234

Berdasarkan Tabel 10, terlihat bahwa data hasil estimasi dengan menggunakan model yang diperoleh tidak berbeda dengan data aktualnya. Hal itu dapat dilihat dari nilai MSE yang didapatkan sebesar 0.002840921.

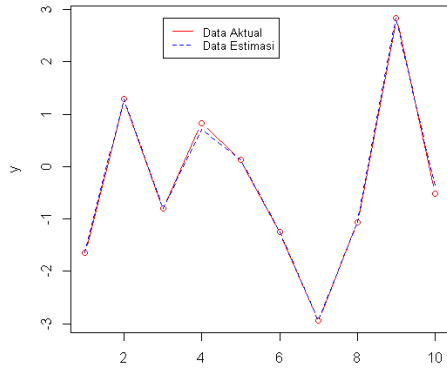
Kernel Gaussian

Dari hasil percobaan, didapatkan nilai *bandwidth* optimal dan GCV minimum dengan algoritma PSO seperti pada Tabel 11.

Tabel 11 Nilai *Bandwidth* dan GCV Minimum Fungsi Kernel Gaussian

Indikator	h_1	h_2	h_3
<i>Bandwidth</i> Optimal	2.4025581	0.763604	0.006613
GCV Minimum	55	476	373
GCV Minimum	0.0067788	92	

Nilai GCV minimum yang didapatkan adalah 0.006778892 dengan *bandwidth* optimal $h_1 = 2.402558155$, $h_2 = 0.763604476$, $h_3 = 0.006613373$. Adapun kurva regresi data estimasi dan aktual dapat dilihat pada Gambar 5.7.



Gambar 6 Kurva Data Aktual dan Estimasi Menggunakan Fungsi Kernel Gaussian

Dari Gambar 6 dapat dilihat pola sebaran data estimasi yang diperoleh mendekati pola sebaran data aslinya. Adapun hasil estimasi data dengan *bandwidth* optimal disajikan pada Tabel 12.

Tabel 12 Hasil Estimasi Data Menggunakan Fungsi Kernel Gaussian

No	Data Aktual	Data Estimasi
1	-1.6454485	-1.6454485
2	1.2842725	1.2842725
3	-0.7956836	-0.7956836
4	0.8335350	0.7046619
5	0.1271297	0.1271297
6	-1.2515853	-1.2515853
7	-2.9361788	-2.9361788
8	-1.0700169	-1.0700169
9	2.8341998	2.8341998
10	-0.5203234	-0.3914502

Berdasarkan Tabel 12, terlihat bahwa data hasil estimasi dengan menggunakan model yang diperoleh tidak jauh berbeda dengan data aktualnya. Hal itu dapat dilihat dari nilai MSE yang didapatkan sebesar 0.003321656.

Kernel Cosinus

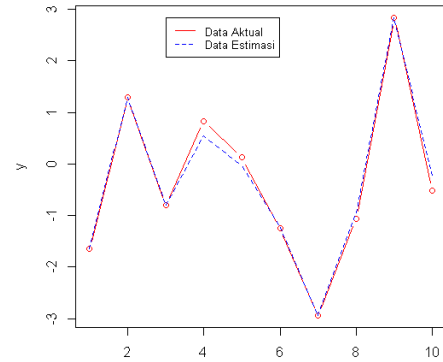
Dari hasil percobaan, didapatkan nilai *bandwidth* optimal dan GCV minimum dengan algoritma PSO seperti pada Tabel 13.

Tabel 13 Nilai *Bandwidth* dan GCV Minimum Fungsi Kernel Cosinus

Indikator	h_1	h_2	h_3
<i>Bandwidth</i> Optimal	0.2260242	0387817	3065922
GCV Minimum	0.04493338		

Nilai GCV minimum yang didapatkan adalah 0.04493338 dengan *bandwidth* Optimal $h_1 = 0.2260242$, $h_2 = 1.0387817$, $h_3 = 0.3065922$.

Adapun kurva regresi data estimasi dan aktual dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7 Kurva Data Aktual dan Estimasi Menggunakan Fungsi Kernel Cosinus

Dari Gambar 7 dapat dilihat pola sebaran data estimasi yang diperoleh mendekati pola sebaran data aslinya. Adapun hasil estimasi data dengan *bandwidth* optimal disajikan pada Tabel 14.

Tabel 5.14 Hasil Estimasi Data Menggunakan Fungsi Kernel Cosinus

No	Data Aktual	Data Estimasi
1	-1.6454485	-1.64544853
2	1.2842725	1.28427247
3	-0.7956836	-0.79568357
4	0.8335350	0.53801521
5	0.1271297	-0.04225796
6	-1.2515853	-1.22669758
7	-2.9361788	-2.93617878
8	-1.0700169	-0.94274513
9	2.8341998	2.83419979
10	-0.5203234	-0.22480359

Berdasarkan Tabel 5.14, terlihat bahwa data hasil estimasi dengan menggunakan model yang diperoleh tidak jauh berbeda dengan data aktualnya. Hal itu dapat dilihat dari nilai MSE yang didapatkan sebesar 0.02201736.

4. Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, didapatkan sebuah *package* regresi nonparametrik kernel untuk mencari model terbaik dari fungsi kernel berdasarkan *bandwidth* optimal dengan GCV minimum. Algoritma optimasi yang digunakan adalah algoritma *Particle Swarm Optimization* (PSO). Perancangan *package* dilakukan dengan menggunakan *software* R. Pada algoritma PSO, *particle* merepresentasikan *bandwidth* pada regresi nonparametrik kernel dan *swarm* merepresentasikan

populasi yaitu kumpulan calon *bandwidth*. Program dibangun dengan menggunakan fungsi kernel *uniform*, *triangle*, *epanechnikov*, *quartic*, *triweight*, Gaussian, dan kosinus, serta estimator kernel Nadaraya Watson. Dalam menjalankan program, digunakan interval *bandwidth* awal dan data dengan varian yang berbeda-beda, sehingga mendapatkan nilai *bandwidth* optimal yang berbeda-beda dengan GCV minimum berbeda-beda pula. Hasil terbaik yang diperoleh dari penelitian adalah didapatkan model terbaik pada fungsi kernel *Quartic*, dengan studi kasus data yang digunakan adalah data bangkitan dengan varian 1. Nilai GCV minimum yang didapatkan adalah sebesar $1.25775e-32$ dengan *bandwidth* optimal $\mathbf{h}_1 = 0.4970542$, $\mathbf{h}_2 = 0.2387852$, $\mathbf{h}_3 = 0.8136547$.

Wati, D. A. R. dan Yuli, A. R., 2013, Model Penjadwalan Matakuliah Secara Otomatis Berbasis Algoritma Particle Swarm Optimization (PSO), Jurnal Rekayasa Sistem Industri Vol. 2, No.1.

DAFTAR PUSTAKA

- Amini, N., Hadijati, M., dan Aini, Q., 2019, Mengatasi Error Berkorelasi Menggunakan Metode Transformasi Prewhitening pada Regresi Nonparametrik Kernel, *Eigen Mathematics Journal*, Vol.02 No.02.
- Astuti, W. T., Hadijati, M., dan Irwansyah, 2018, Model Regresi Nonparametrik Deret Fourier pada Pola Data Curah Hujan di Kota Mataram, *Eigen Mathematics Journal*, Vol.1 No.2.
- Eubank, R. L., 1999, *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*, 2nd Edition, Marcel Dekker, New York.
- Hardle, W., 1990, *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge University Press, New York.
- Marini, F., and Walczak, B., 2015, Particle swarm optimization: A tutorial, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, Vol. 149, pp. 153-165.
- Pratiwi, D., dkk., 2020, Regresi Nonparametrik Kernel Gaussian pada Pemodelan Angka Kelahiran Kasar di Provinsi Nusa Tenggara Barat, *Eigen Mathematics Journal*, Vol.03 No.01.
- Rosita, A., Purwananto, Y., dan Soelaiman, R., 2012, Implementasi Algoritma Particle Swarm untuk Menyelesaikan Sistem Persamaan Nonlinear, *JURNAL TEKNIK ITS* Vol. 1.
- Toegeh, Maickel, dkk., 2009, Modified Improved Particle Swarm Optimization For Optimal Generator Scheduling, Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi, Yogyakarta.
- Torgo, L., 2011, *Data Mining with R : Learning with Case Studies*, Taylor and Francis Group, LLC, USA.
- Utami, T. W dan Nur, I. M, 2015, Pemodelan Pasang Surut Air Laut di Kota Semarang dengan Pendekatan Regresi Nonparametrik Polinomial Lokal Kernel, Research Gate, Semarang.