

B4

by Adhitya Wisnu

Submission date: 16-May-2022 04:01PM (UTC-0500)

Submission ID: 1837857976

File name: Lampiran_B4.pdf (1.56M)

Word count: 1530

Character count: 7659



Home > Vol. 4 No. 2 Desember 2021

EIGEN MATHEMATICS JOURNAL

Eigen Mathematics Journal publishes articles which contribute to new information or knowledge related to:

- **Mathematical Analysis,**
- **Algebra,**
- **Applied Mathematics,**
- **Statistics,** and
- **Computational Mathematics.**

Moreover, this journal also publishes surveys in the aforementioned areas in order to introduce recent development and to stimulate further research. All articles published in this journal are available for **FREE**.

Do you want to submit an article?

Register

Login

Template

Submit Article

Focus and Scope

Review Process

Open Access Policy

Publication Ethics

Plagiarism Policy

Publication Fees

Visitor Statistics

KEYWORDS

Assignment Problem Course Distribution
Fossil oil Generalized Cross-Validation
Genetic Algorithm Hinozarian Method 1.0





CONTACT US
Home > Archives > Vol. 2 No. 2 Desember 2019

Vol. 2 No. 2 Desember 2019

DOI: <https://doi.org/10.29303/emj.v1i2>

Table of Contents

Articles

- | | |
|--|------------------------|
| <p>Analisis Masalah Heteroskedastisitas Menggunakan Generalized Least Square dalam Analisis Regresi
DOI:10.29303/emj.v1i2.43</p> <p><i>Author(s): Aditya Setyawan R, Mustika Hadijati, Ni Wayan Switrayni</i>
DOI: 10.29303/emj.v1i2.43 Statistics: 320 view, 173 download</p> | <p>PDF
61-72</p> |
| <p>Subgrup Non Trivial Dari Grup Dihedral
DOI:10.29303/emj.v1i2.26</p> <p><i>Author(s): Abdul Gazir, I Gede Adhitya Wisnu Wardhana</i>
DOI: 10.29303/emj.v1i2.26 Statistics: 321 view, 103 download</p> | <p>PDF
77-81</p> |
| <p>Simulasi Numerik Persamaan Transfer Panas Dua Dimensi Pada Silinder Komposit Multilayer dengan Sumber Panas Bergantung Waktu
DOI:10.29303/emj.v1i2.44</p> <p><i>Author(s): Siti Alaa, Dian Wijaya Kurniawidi, Susi Rahayu</i>
DOI: 10.29303/emj.v1i2.44 Statistics: 173 view, 49 download</p> | <p>PDF
82-91</p> |
| <p>Analisis Dependensi Faktor Makroekonomi terhadap Tingkat Harga Emas Dunia dengan Pendekatan Copula
DOI:10.29303/emj.v1i2.37</p> <p><i>Author(s): Sri Wati Agustini, Mustika Hadijati, Nurul Fitriyani</i>
DOI: 10.29303/emj.v1i2.37 Statistics: 171 view, 69 download</p> | <p>PDF
92-101</p> |
| <p>Analisis Text Mining dari Cuitan Twitter Mengenai Infrastruktur di Indonesia dengan Metode Klasifikasi Naïve Bayes
DOI:10.29303/emj.v1i2.36</p> <p><i>Author(s): Bimananda W, Insan Riski, Karina Dwi, Rani Nooraeni, Theresa Siahaan, Yosherina Dhea</i>
DOI: 10.29303/emj.v1i2.36 Statistics: 421 view, 222 download</p> | <p>PDF
102-117</p> |
| <p>Mengatasi Error Berkorelasi Menggunakan Metode Transformasi Prewhitening pada Regresi Nonparametrik Kernel Bivariat
DOI:10.29303/emj.v1i2.42</p> <p><i>Author(s): Nurasiah Amini, Mustika Hadijati, Qurratul Aini</i>
DOI: 10.29303/emj.v1i2.42 Statistics: 140 view, 53 download</p> | <p>PDF
118-124</p> |
| <p>Perbandingan Algoritma A* (A star) dan Algoritma IDA* (Iterative Deepening A* Pada Permainan Sliding Puzzle
DOI:10.29303/emj.v1i2.39</p> <p><i>Author(s): Pugh Riawang, Mamika Ujianita Romdhini, Irwansyah -</i>
DOI: 10.29303/emj.v1i2.39 Statistics: 254 view, 78 download</p> | <p>PDF
125-130</p> |
| <p>Banyak Pohon Pembangunan pada Graf Barbell
DOI:10.29303/emj.v1i2.46</p> <p><i>Author(s): Muklas Maulana, Ni Wayan Switrayni</i>
DOI: 10.29303/emj.v1i2.46 Statistics: 185 view, 62 download</p> | |



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License. Preserved in LOCKSS, based at Stanford University Libraries, United Kingdom, through PKP Private LOCKSS Network program.

Indexed by:



e-ISSN : 2615-3270 | | p-ISSN : 2615-3599

Submit Article

Focus and Scope

Review Process

Open Access Policy

Publication Ethics

Plagiarism Policy

Publication Fees

Visitor Statistics

KEYWORDS

Assignment Problem Course Distribution
Fossil oil Generalized Cross-Validation
Genetic Algorithms Hungarian Method L-
System Lecturer MAPE Mean
Absolute Percentage Error
(MAPE) Mix Integer Linear
Programming Multiple Linear Regression
Nadaraya-Watson estimator Procrustes
Time Series bandwidth preferences
simulated annealing algorithm system
variables

USER

Username

Password

Remember me

Plagiarism checker



Visitors



View Journal Stats

Total visitors:

00011766



[CONTACT US](#)
Home > About the Journal > **Editorial Team**

Editorial Team

Editor-in-Chief

Irwansyah -, (Scopus ID: 56180688500) Universitas Mataram, Indonesia

Editorial Board

Nurul Fitriyani, (Scopus ID: 57213687577) Universitas Mataram, Indonesia
Ni Wayan Switrayni, (Scopus ID: 57222371573) Universitas Mataram, Indonesia
Abdurahim Abdurahim, Politeknik Medica farma husada mataram, Indonesia

Managing Editor

Qurratul Aini, Universitas Mataram, Indonesia

Assistant Editor

Agus Kurnia, Universitas Mataram, Indonesia



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License. Preserved in LOCKSS, based at Stanford University Libraries, United Kingdom, through PKP Private LOCKSS Network program.

Indexed by:



e-ISSN : 2615-3270 || p-ISSN : 2615-3599

[Submit Article](#)

[Focus and Scope](#)

[Review Process](#)

[Open Access Policy](#)

[Publication Ethics](#)

[Plagiarism Policy](#)

[Publication Fees](#)

[Visitor Statistics](#)

KEYWORDS

Assignment Problem Course Distribution
Fossil oil Generalized Cross-Validation
Genetic Algorithms Hungarian Method L-
System Lecturer **MAPE Mean
Absolute Percentage Error
(MAPE)** Mix Integer Linear
Programming Multiple Linear Regression
Nadaraya-Watson estimator Procrustes
Time Series bandwidth preferences
simulated annealing algorithm system
variables

USER

Username

Password

Remember me

Plagiarism checker



Visitors



View Journal Stats

Total visitors:

00011766



Subgrup Non Trivial Dari Grup Dihedral

Abdul Gazir S.^a, I Gede Adhitya Wisnu Wardhana^{b,*}

^aUniversitas Mataram, Alamat, Kota dan KodePos, Indonesia. Email: 1dgazirsyazir@gmail.com

^bUniversitas Mataram, Alamat, Kota dan KodePos, Indonesia. Email: adhitya.wardhana@unram.ac.id

ABSTRACT

The dihedral group is a symmetry group of a regular polygon consisting of a rotational element and a reflection element, the group is denoted by D_{2n} . Dihedral groups are studied by chemists or mineralogists to classify molecular and crystalline structures. This paper will discuss subgroups of a dihedral group. One of the results is, if n is prime then the subgroup can be divided into two categories, namely rotational subgroups and reflection subgroups. Another result when n is composites, the subgroup can be divided into three categories, namely rotational subgroups and reflection subgroups and combination of both reflection and rotational subgroups.

Keywords: Dihedral groups, Dihedral subgroup, Rotation, Reflection.

ABSTRAK

Grup dihedral adalah grup simetri dari sebuah polygon reguler yang terdiri dari unsur rotasi dan unsur refleksi, Grup dihedral dinotasikan dengan D_{2n} . Grup dihedral dipelajari oleh kimiawan atau ahli mineral untuk mengklasifikasikan struktur molekul dan kristal. Pada paper ini akan dibahas subgroup-subgroup dari suatu grup dihedral. Salah satunya hasilnya adalah, jika n prima maka subgroup dapat dibagi kedalam 2 kategori, yaitu subgroup yang mengandung rotasi dan subgroup yang mengandung refleksi. Jika n komposit maka subgroup dapat dibagi menjadi 3 kategori yaitu subgroup yang mengandung rotasi, subgroup yang mengandung refleksi dan subgroup yang mengandung keduanya.

Keywords: Grup Dihedral, Subgrup Dihedral, Rotasi, Refleksi.

Diserahkan: 20-05-2019; Diterima: 31-12-2019;

Doi: <https://doi.org/10.29303/emj.v1i2.26>

1

* Corresponding author.

Alamat e-mail: adhitya.wardhana@unram.ac.id

1. Pendahuluan

Grup dihedral adalah topik yang menarik karena banyak muncul di alam maupun di karya seni. Untuk karya seni, grup dihedral banyak dijadikan dasar dalam dekorasi lantai, dinding atau pekerjaan seni lainnya. Di alam grup dihedral dipelajari oleh ahli mineral dan ahli kimia untuk mempelajari struktur molekul atau struktur kristal.

Grup dihedral itu sendiri adalah grup simetri dari polygon regular yang terdiri dari unsur rotasi dan unsur refleksi. Grup dihedral disimbolkan dengan D_{2n} , dimana n menunjukkan bentuk dari polygon. Secara matematis grup dihedral didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 1.1

Misalkan G adalah grup. Grup G dikatakan grup dihedral dengan order $2n, n \geq 3$, adalah grup yang dibangun oleh dua elemen a, b dengan

$$G = D_{2n} = \langle a, b \mid a^n = e, b^2 = e, bab^{-1} = a^{-1} \rangle$$

Unsur b adalah elemen yang berorde 2, dan dinamakan unsur refleksi, dan unsur a yang berorde lebih dari $n \geq 3$ dikatakan unsur rotasi. Mudah dilihat bahwa order dari grup dihedral D_{2n} adalah $2n$. Sebagai contoh, untuk $n = 3$, diperoleh grup dihedral $D_6 = \{e, a, a^2, b, ab, a^2b\}$.

Unsur refleksi b karena berorde 2 maka akan memiliki invers dirinya sendiri. Unsur b tidak satu-satunya unsur refleksi, atau unsur yang berorde 2 pada grup dihedral. Unsur refleksi lain pada grup dihedral mempunyai bentuk sebagai pada Teorema berikut.

Teorema 1.1

Misalkan D_{2n} grup dihedral dan $x \in D_{2n}$ adalah unsur refleksi, maka $x = a^k b$ untuk $k \in \{1, \dots, n\}$.

Bukti

Untuk menunjukkan x unsur refleksi, akan ditunjukkan $x^2 = e$. Karena diketahui $b^{-1} = b$ maka $a^{-1} = bab$. Akibatnya

$$\begin{aligned} x^2 &= (a^k b)(a^k b) \\ x^2 &= (a^{k-1} eab)(a^{k-1} eab) \\ x^2 &= (a^{k-1} b^2 ab)(a^{k-1} b^2 ab) \\ x^2 &= (a^{k-1} b)(a^{k-1} b) \\ x^2 &= (a^{k-2} b^2 ab)(a^{k-2} b^2 ab) \\ x^2 &= (a^{k-2} b)(a^{k-2} b) \end{aligned}$$

Proses dapat terus diulangi sehingga

$$x^2 = abab = aa^{-1} = e$$

Akibatnya x adalah unsur refleksi. ■

Dari Teorema 1.1, maka grup dihedral D_{2n} dapat ditulis ulang sebagai berikut:

$$D_{2n} = \{e, a, a^2, \dots, a^{n-1}, b, ab, a^2b, \dots, a^{n-1}b\}.$$

Salah satu sifat menarik dari unsur grup dihedral diberikan oleh Teorema berikut.

Teorema 1.2

Misalkan D_{2n} grup dihedral, jika $u \leq n$ maka $a^r b a^{n-u} = a^r a^u b$.

Bukti:

Misalkan $u \leq n$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} a^r b a^{n-u} &= a^r b a^{-u} = a^r b (a^{-1})^{u+1} \\ &= a^r b (bab)^{u+1} \\ &= a^r a b a^{-u+1} \end{aligned}$$

Proses dapat diteruskan hingga diperoleh

$$a^r b a^{n-u} = a^r a^u b. \blacksquare$$

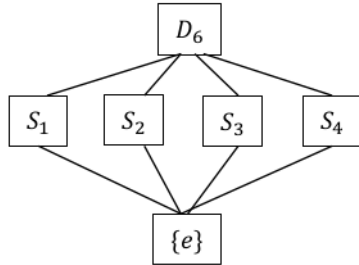
Grup dihedral untuk selanjutnya akan disimbolkan dengan D_{2n} pada artikel ini.

2. Subgrup Dihedral

Pada bagian ini akan diidentifikasi semua subgrup Dihedral. Untuk mengetahui subgrup dari grup secara umum biasanya digunakan tabel Cayley. Tabel Cayley adalah salah satu cara untuk mendefinisikan operasi biner pada himpunan, khususnya himpunan berhingga. Contohnya grup dihedral $D_6 = \{e, a, a^2, b, ab, a^2b\}$ mempunyai subgrup

nontrivial diantaranya: $S_1 = \{e, a, a^2\}$, $S_2 = \{e, b\}$, $S_3 = \{e, ab\}$, $S_4 = \{e, a^2b\}$.

Sehingga table Cayley bisa digambar sebagai berikut:



Tabel Cayley akan memberikan hasil berbeda untuk setiap grup D_{2n} . Secara umum, subgroup dari D_{2n} akan tergantung karakteristik dari n . Salah satu karakteristik dari grup dihedral adalah himpunan semua unsur rotasinya membentuk subgroup.

Teorema 2.1

Diberikan D_{2n} grup dihedral dengan $n \geq 3$. Jika $R = \{e, a, a^2, a^3, \dots, a^{n-1}\} \subseteq D_{2n}$ maka R adalah subgroup nontrivial dari D_{2n} .

Bukti

Jelas bahwa S bukan himpunan kosong karena $e = a^n \in R$. Selanjutnya ambil sebarang $x, y \in S$, maka $x = a^r$ dan $y = a^s$, untuk suatu $r, s \in N$. Tanpa mengurangi perumuman, asumsikan $r > s$. Akibatnya $xy^{-1} = a^r(a^s)^{-1} = a^r a^{n-s} = a^{n+r-s} = a^{r-s} \in R$. Dengan demikian terbukti R subgroup dari D_{2n} , dimana atau $R = \langle a \rangle$. ■

Karakteristik lainnya dari subgroup D_{2n} adalah, setiap satu unsur refleksi dan unsur identitas membentuk subgroup.

Teorema 2.2

Diberikan D_{2n} grup dihedral dengan $n \geq 3$. Jika $S_i = \{e, a^i b\} \subseteq D_{2n}$ dimana $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$ maka S adalah subgroup nontrivial dari D_{2n} .

Bukti

Jelas bahwa S_i bukan himpunan kosong karena $e \in S_i$. Selanjutnya tinggal ditunjukkan bahwa $a^i b$ memiliki invers di S_i . Berdasarkan Teorema

1.1, maka invers dari $a^i b$ adalah dirinya sendiri. Akibatnya S_i membentuk subgroup dari D_{2n} . ■

Subgroup yang diberikan oleh Teorema 2.1 dinamakan subgroup rotasi. Sementara subgroup yang diberikan oleh Teorema 2.2 dinamakan subgroup Refleksi ke- i . Secara umum, setiap grup dihedral memiliki subgroup rotasi dan subgroup refleksi. Khususnya jika n berupa bilangan prima tidak ada subgroup nontrivial selain R dan S_i . Apabila n bilangan komposit, grup dihedral mempunyai subgroup yang lebih bervariasi, salah satunya adalah subgroup yang terdiri dari sebagian unsur rotasinya.

Teorema 2.3

Diberikan D_{2n} grup dihedral dengan $n \geq 3$ dan $n = p_1 p_2 p_3 \dots p_k$, dengan p_i adalah bilangan prima yang berbeda. Maka $R_i = \{e, a^{p_i}, a^{2p_i}, a^{3p_i}, \dots, a^{n-p_i}\} \subseteq D_{2n}$ adalah subgroup nontrivial dari D_{2n} .

Bukti

Jelas bahwa R_i bukan himpunan kosong karena $e = a^n \in R_i$. Selanjutnya ambil sebarang $x, y \in R_i$, maka $x = a^r$ dan $y = a^s$, untuk suatu $r, s \in \langle p_i \rangle$. Tanpa mengurangi perumuman, asumsikan $r > s$. Akibatnya $xy^{-1} = a^r(a^s)^{-1} = a^r a^{n-s} = a^{n+r-s} = a^{r-s} \in R_i$. Dengan demikian terbukti R_i subgroup nontrivial dari D_{2n} yang dibangun oleh a^{p_i} atau $R_i = \langle a^{p_i} \rangle$. ■

Selain subgroup R_i , apabila n komposit kita akan memiliki subgroup yang terdiri dari kombinasi unsur rotasi dan unsur refleksi.

Teorema 2.4

Diberikan D_{2n} grup dihedral dengan $n \geq 3$ dan $n = p_1 p_2 p_3 \dots p_k$, dengan p_i adalah bilangan prima yang berbeda. Maka untuk $i \in \{1, 2, \dots, k\}$ dan $j \in \{0, 1, 2, \dots, p_i - 1\}$, $G_{ij} = \{e, a^{p_i}, a^{2p_i}, \dots, a^{n-p_i}, a^j b, a^{j+p_i} b, \dots, a^{j+n-p_i} b\} \subseteq D_{2n}$ adalah subgroup nontrivial dari D_{2n} .

Bukti

Jelas bahwa G_{ij} bukan himpunan kosong karena $e = a^n \in G_{ij}$. Selanjutnya ambil sebarang $x, y \in G_{ij}$, tulis $x = a^r b^s$ dan $y = a^u b^v$.

Karena $y^{-1} = b^{-v}a^{n-u} = b^{-v}a^{-u}$ diperoleh
 $xy^{-1} = a^r b^s b^{-v} a^{-u}$.

Perhatikan bahwa untuk $s = 0$ maka $r = 0, p_i, 2p_i, \dots, n - p_i$ sedangkan jika $s = 1$ maka $r = k, k + p_i, k + 2p_i, \dots, k + n - p_i$ untuk suatu $k \in \mathbb{N}, 0 \leq k < p_i$. Demikian juga untuk u dan v .

Kasus 1 $s = v = 0$ maka $xy^{-1} = a^r(a^u)^{-1} = a^r a^{n-u}$ dimana $r = l_1 p_i$ dan $u = l_2 p_i$ akibatnya $a^{l_1 p_i} a^{n-l_2 p_i} = a^{n+(l_1 p_i - l_2 p_i)} = a^{n+(l_1 - l_2)p_i} = a^{(l_1 - l_2)p_i}$. Dengan demikian terbukti $xy^{-1} \in G_{ij}$.

Kasus 2 $s = 1, v = 0$ maka $xy^{-1} = a^r b(a^u)^{-1} = a^r b a^{n-u} = a^r a^u b$ dimana $r = k + l_1 p_i$ dan $u = l_2 p_i$ akibatnya $a^{k+l_1 p_i} a^{l_2 p_i} b = a^{k+(l_1 p_i + l_2 p_i)} b = a^{k+(l_1 + l_2)p_i} b = a^{k+(l_1 + l_2)p_i} b$. Dengan demikian terbukti $xy^{-1} \in G_{ij}$.

Kasus 3 $s = 0, v = 1$ maka $xy^{-1} = a^r(a^u b)^{-1} = a^r b^{-1} a^{n-u} = a^r a^u b$ dimana $r = l_1 p_i$ dan $u = k + l_2 p_i$ akibatnya $a^{l_1 p_i} a^{k+l_2 p_i} b = a^{k+(l_1 p_i + l_2 p_i)} b = a^{k+(l_1 + l_2)p_i} b = a^{k+(l_1 - l_2)p_i} b$. Dengan demikian terbukti $xy^{-1} \in G_{ij}$.

Kasus 4 $s = 1, v = 1$ maka $xy^{-1} = a^r b(a^u b)^{-1} = a^r b b^{-1} a^{n-u} = a^r e a^{n-u} = a^r a^{n-u}$ dimana $r = k + l_1 p_i$ dan $u = k + l_2 p_i$ akibatnya $a^{k+l_1 p_i} a^{n-k-l_2 p_i} = a^{n+(l_1 p_i - l_2 p_i)} b = a^{n+(l_1 - l_2)p_i} b = a^{(l_1 - l_2)p_i} b$. Dengan demikian terbukti $xy^{-1} \in G_{ij}$.

Dari empat kasus di atas terbukti bahwa G_{ij} subgrup nontrivial dari D_{2n} . ■

Daftar Pustaka

- David, S Dummid and Foote, Richard M. 1991. *Abstrak Algebra*. New Jersey: Division of Simon & Schuster, Inc.
- Fraleigh, John. 1997. *A First Course In Abstract Algebra*, Seventh Edition. United States of America : Pearson Education Limited.
- Herstein, I. N. 1975. *Topics in Algebra*, Second Edition. Singapura : John Wiley & Sons.

...

B4

ORIGINALITY REPORT

4%

SIMILARITY INDEX

4%

INTERNET SOURCES

0%

PUBLICATIONS

3%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1

123dok.com

Internet Source

4%

Exclude quotes On

Exclude matches < 3%

Exclude bibliography On