(0370)636629

Catur Building 2nd floor, Room 10 IKIP Mataram
Jln. Pemuda No. 59A, Mataram 83125

https://elpsa.org/conference/2019

conference@elpsa.org

9 772621 372002

9 772621 385002

Buku Program

3rd ELPSA CONFERENCE 2019

UNIVERSITY OF CANBERRA

BERSAMA MENJAMIN MUTU
LPMP NTB

P-ISSN 2621-3729

E-ISSN 2621-3850

Proceedings

3rd ELPSA CONFERENCE 2019

"Promoting Higher Order Thinking Skills and STEAM Based Learning: from Design to Action "

LOMBOK RAYA HOTEL

14 November 2019

PROCEDINGS
ELPSA CONFERENCE III
ISSN:2621-3850
Volume 2, nomor 1, November 2019, halaman 1-403

Proceedings ELPSA Conference merupakan kumpulan hasil penelitian kelas para guru dan kajian konten matematika, pedagogi, penelitian kualitatif, serta kualitatif para dosen pendidikan matematika. Proceding terbit 1 kali setahun pada bulan November.

Alamat Redaksi:
Laboratorium & Workshop Matematika UNDIKMA Mataram, Jalan Pemuda 59A, Kota Mataram, NTB 83125. Telpon 0370 632082
Website: https:/elpsa/org/conference/2019, email:conference@elpsa.org

Kata Pengantar

Syukur alhamdulillah kami panjatkan kepada Allah S.W.T., atas perkenan-Nya buku ***Prosiding*** **ELPSA Conference III**dengantema ***"Memperkaya Literasi Matematika dan Pedagogi Guru Melalui Refleksi, Inovasi, dan Teknologi"*** ini dapat diselesiakan sesuai dengan rencana. Kegiatan **ELPSA Conference III** ini diselenggarakan oleh Instutut Keguruan dan Ilmu Pendidikan (IKIP Mataram) pada hari Kamis, tanggal 11 Nopember 2019 di Lombok Raya Hotel. Kegiatan seminar ini diadakan untuk memfasilitasi pendidik, pemerhati pendidikan, maupun pengembang pendidikan untuk bertukar pengalaman terbaik dalam praktek pembelajaran yang mendorong terjadinya pengembangan Literasi Matematika dan dan meningkatnya kemampuan Pedagogi Guru Melalui Refleksi, Inovasi, dan Teknologi. Selain itu, ELPSA Conference III ini juga sebagai wahana tukar pengalaman antar peserta seminar yang berdampak pada kultur saling asah, asih, dan asuh sesama pendidik. Selanjutnya sebagai wadah dari makalah-makalah yang telah diseminarkan tersebut maka perlu disusun suatu prosiding. Prosiding ini merupakan kumpulan makalah seminar nasional yang telah disunting oleh para penyunting ahli dibidangnya.

Ucapan terima kasih disampaikan kepada semua pihak yang telah mendukung terlaksananya seminar ini, baik langsung maupun tidak langsung yang tidak dapat kami sebutkan satu-persatu.

Akhirnya, semoga prosiding ini dapat bermanfaat dan member inspirasi bagi para pembaca, khususnya para pendidik dalam meningkatkan prestasi dan profesionalitasnya.

Mataram, 11 Nopember 2019

Panitia

Daftar Isi

Perbandingan Ideal Prima Pada Gelanggang Polinomial Bilangan Bulat $(\mathbb{Z}[x])$ Dan Gelanggang Polinomial Bilangan Bulat Modulo $n(\mathbb{Z}_n[x])$

Daisyah Alifian Fatahillah[1], I Gede Adhitya Wisnu Wardhana[2]

[1,2]Program Studi Matematika FMIPA Universitas Mataram
daisfatahillah2@gmail.com
adhitya.wardhana@unram.ac.id

Abstract: *A ring R can be formed from existing ring $\mathbb{R}$, and we called it polynomial ring, we denote it by $\mathbb{R}[x]$. If we choose $R = \mathbb{Z}_n$ then we have integer modulo polynomial $\mathbb{Z}_n[x]$, Ring polynomial over R is $R[x] = \{P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n, \forall a_i \in R\}$.. In 2019 Maulana et all gives some properties of prime ideal in Gaussian integer, in article. We will gives the comparison of prime ideal in integer polynomial and prime ideal in integer modulo polynomial, where prime ideal in integer polynomial not necessary prime in integer modulo polynomial.*

Keywords: *ring* polynomial, modulo n integers, prime ideal

Abstrak: Suatu gelanggang $\boldsymbol{R}$dapat dibentuk gelanggang baru yaitu gelanggang polinomial atau yang sering disebut dengan gelanggang $R[x]$. Untuk $R[x] = \mathbb{Z}_n[x]$ merupakan suatu gelanggang polinom yang sering disebut sebagai gelanggang polinom bilangan bulat modulo n. Gelangang polinom atas R adalah himpunan semua polinom dengan konstantan R dimana $R[x] = \{P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n, \forall a_i \in R\}$. Pada tahun 2019 Maulana dkk telah membahas mengenai sifat- sifat ideal prima pada bilangan bulat Gauss. Pada artikel ini akan diberikan perbandingan sifat-sifat ideal prima pada gelanggang polinom bilangan bulat modulo n dengan gelanggang polinom bilangan bulat,,dimana jika I ideal prima pada bilangan bulat belum tentu ideal prima pada gelanggang bilangan bulat modulo n.

Kata kunci: gelanggang polinom, bilangan bulat modulo n, ideal prima

PENDAHULUAN

Ideal prima merupakan abstraksi bilangan prima yang diperkenalkan oleh Dedekind pada tahun 1871. Sifat-sifat ideal prima telah dibahas oleh Maulana dkk (2019). Sifat-sifat ideal prima pada gelanggang polinom perna diberikan oleh Amir (2011). Artikel kali ini penulis lebih memfokuskan pada perbandingan ideal prima pada gelanggang polinom bilangan bulat $\mathbb{Z}[x]$ dengan ideal prima pada gelanggang polinom bilangan bulat modulo $n\mathbb{Z}_n[x]$.

Sebelum diuraikan sifat-sifat mengenai ideal prima pada gelanggang polinom bilangan bulat modulo $n$dan gelanggang polinom bilangan bulat, akan dikenalkan beberapa definisi dan sifat-sifat dasar.

Definisi 1.1 (Kenneth,1983)

Bilangan prima merupakan bilangan bulat positif yang lebih besar dari 1 yang hanya dapat di bagi oleh 1 dan dirinya

Definisi 1.2 (Rotman,2005)

Diberikan gelanggang R, jika $u \in R$ memenuhi $ux = xu = x,\ \forall x \in R$ maka u disebut unit.

Definisi 1.3 (Rotman,2005)

Sistem matematika $(R,+,\times)$dikatakan suatu gelanggang komutatif jika memenuhi:

a. $a + b = b + a\ , \forall a, b \in R$
b. $a + (b + c) = (a + b) + c$
c. $\exists 0 \in R$ dengan $0 + a = a, \forall a \in R$
d. $\forall a \in R, \exists a' \in R$ dengan $a + a' = 0$
e. $ab = ba\ , \forall a, b \in R$
f. $a(bc) = (ab)c, \forall a, b \in R$
g. $\exists u \in R$, dimana $ua = au = a, \forall a \in R$
h. $a(b + c) = ab + ac, \forall a, b, c \in R$

Jika diberikan$I$ subhimpunan dari$R$ yang tak hampa, I dikatakan ideal jika memenuhi definisi dibawah ini.

Definisi 1. (Hidayat,2017)

Misalkan R suatu gelanggang, $I \subseteq R$, dimana I tidak hampa. Subhimpunan I dikatakan ideal jika memenuhi

a. $a - b \in I, \forall a, b \in I$
b. $ar \in I$ dan $ra \in I$, $\forall a \in I$ dan $\forall r \in R$

Salah satu ideal yang penting adalah ideal prima yang merupakan abstraksi dari bilangan prima. Definisi ideal prima akan diberikan sebagai berikut.

Definisi 1.5 (Fraleigh,2013)

Misalkan R suatu gelanggang komutatif dan I suatu ideal di R. Ideal I disebut ideal prima jika $I \neq R$ dan $\forall a, b \in R, ab \in I$ berimplikasi bahwa $a \in I$ atau $b \in I$.

Apabila diberikan suatu gelanggang komutatif R dapat dibuat gelanggang baru yang dinamakan gelanggang polinomial. Definisi gelanggang polinomial akan diberikan sebagai berikut.

Definisi 1.6 (Hidayat,2017)

Misalkan $(R,+,\times)$ suatu gelanggang komutatif, suatu polinom dengan variabel$x$ atas R adalah suatu pernyataan dalam bentuk :

$P(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$ dengan $a_n \neq 0$

Dimana $a_0a_1a_2a_3 \ldots a_n \in R$ dan n bilangan bulat non negatif. Selanjutnya $a_0a_1a_2a_3 \ldots a_n \in R$ disebut sebagai koefesien dari polinom.Himpunan semua polinom dengan operasi penjumlahan polinom dan perkalian polinom yang membentuk suatu gelanggang baru yang disebut gelangggang polinom.

Definisi 1.7 (Rotman,2005)

Derajat merupakan pangkat tertinggi dari suatu polynomial.

Teorema 1.1 (Rotman,2005)

Apabila $\alpha, \beta \in R[x]$ maka berlaku $der(\alpha\beta) = der(\alpha) + der(\beta)$.

METODE

Metode yang digunakan dalam artikel ini yaitu metode *Deductive Proof*. Sifat-sifat ideal prima yang telah diketahui akan dibuat konjektur pada gelanggang yang lebih kompleks, dari konjektur tersebut digunakan *rigorus proof* untuk menemukan sifat baru.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan diberikan perbandingan ideal prima pada gelanggang polinom bilangan bulat dan gelanggang polinom bilangan bulat modulo n yang disimbolkan dengan$\mathbb{Z}[x]$ dan$\mathbb{Z}_n[x]$. Yakni ideal prima terhadap galanggang polinom bilangan bulat akan tetapi belum tentu ideal prima terhadap gelanggang polinom bilangan bulat modulo n, jadi untuk I ideal di $\mathbb{Z}[x]$dan $\mathbb{Z}_n[x]$ dimana I ideal prima pada gelanggang polinom bilangan bulat $\mathbb{Z}[x]$ tetapi$I$ belum tentu ideal prima pada $\mathbb{Z}_n[x]$.

Sifat 2.1

Ideal $\langle x \rangle$ adalah ideal prima di $\mathbb{Z}[x]$tetapi belum tentu ideal prima di$\mathbb{Z}_n[x]$.

Bukti

$\langle x \rangle = \{kx | \ k \in \mathbb{Z}\}$

Ambil sebarang $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}[x]$, sedemikian sehingga, jika , $\alpha.\beta \in \mathbb{Z}[x]$

Akan ditunjukan bahwa $\alpha \in \langle x \rangle$ atau $\beta \epsilon \langle x \rangle$.

Untuk $\alpha\beta = 0$, jelas $\alpha \in \langle x \rangle$ atau $\beta \in \langle x \rangle$

Oleh karena itu asumsikan $\alpha, \beta \neq 0$,

Menurut sifat perkalian polinom

$der(\alpha\beta) = der(\alpha) + der(\beta)$ dengan $der(\alpha\beta) = 1$

Kasus 1

- Jika $der(\alpha) = 1$ dan $der(\beta) = 0$ maka
  $\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 x$
  $\beta = \beta_0, \beta_0 \neq 0$ sehingga

  $\alpha\beta = (\alpha_0 + \alpha_1 x)\beta_0$
  $= \alpha_0\beta_0 + \alpha_1\beta_0 x = kx$, untuk suatu $k \in \mathbb{Z}$, akibatnya

  $\alpha_0\beta_0 = 0$ sehingga $\alpha_0 = 0$ atau $\beta_0 = 0$
  Sehingga $\alpha \in \langle x \rangle$ atau $\beta \epsilon \langle x \rangle$

Kasus 2

- Jika $der(\alpha) = 0$ dan $der(\beta) = 1$ maka
  $\alpha = \alpha_0, \alpha_0 \neq 0$
  $\beta = \beta_0 + \beta_1 x$ sehingga

  $\alpha\beta = \alpha_0(\beta_0 + \beta_1 x)$
  $= \alpha_0\beta_0 + \alpha_0\beta_1 x = kx$, untuk suatu $k \in \mathbb{Z}$, akibatnya
  $\alpha_0\beta_0 = 0$ sehingga $\alpha_0 = 0$ atau $\beta_0 = 0$
  Sehingga $\alpha \in \langle x \rangle$ atau $\beta \epsilon \langle x \rangle$

$\therefore \langle x \rangle$ ideal prima pada $\mathbb{Z}[x]$

Akan dibuktikan $\langle x \rangle$ bukan ideal prima pada $\mathbb{Z}_n[x]$
Misalkan diberikan gelanggang $\mathbb{Z}_8[x]$, akan diberikan contoh penyangkal bahwa $\langle x \rangle$ bukan ideal prima pada $\mathbb{Z}_8[x]$.

Pilih $\alpha = 2$ dan $\beta = 4$, akibatnya $\alpha.\beta = 0 \in \langle x \rangle$ tetapi $\alpha \notin \langle x \rangle$ atau $\beta \notin \langle x \rangle$.

Sifat 2.2
Ideal $\langle x + 1 \rangle$ adalah ideal prima di $\mathbb{Z}[x]$ tetapi belum tentu ideal prima di $\mathbb{Z}_n[x]$

Bukti
$\langle x + 1 \rangle = \{k(x + 1) | k \in \mathbb{Z}\}$
Ambil sebarang $f, g \in \mathbb{Z}[x]$, sedemikian sehingga, jika $f.g \in \mathbb{Z}[x]$, akan ditunjukan bahwa $f \in \langle x + 1 \rangle$ atau $g \in \langle x + 1 \rangle$.
Untuk $f.g = 0$, jelas $f \in \langle x + 1 \rangle$ atau $g \in \langle x + 1 \rangle$
Oleh karena itu asumsikan $f, g \neq 0$
Menurut sifat perkalian polinom
$der(fg) = der(f) + der(g)$, dengan $der(f, g) = 1$

Kasus 1

- Jika $der(f) = 1$ dan $der(g) = 0$ maka
  $f = f_0 + f_1 x$
  $g = g_0$
  $fg = (f_0 + f_1 x). g_0$
  $= f_0 g_0 + f_1 g_0 x = kx + k$, untuk suatu $k \in \mathbb{Z}$, akibatnya

  $f_0 g_0 = k$ dan $f_1 g_0 = k$ sehinnga $f_0 g_0 = f_1 g_0$, menggunakan hukum pembatalan,maka $f_0 = f_1$, sehingga
  $f = f_1 + f_1 x = f_1(1 + x) \in \langle x + 1 \rangle$

Kasus 2

- Jika $der(f) = 0$ dan $der(g) = 1$ maka
  $f = f_0$
  $g = g_0 + g_1 cx$
  $fg = f_0 \cdot (g_0 + g_1 x)$
  $= f_0 g_0 + f_0 g_1 x = kx + k$, untuk suatu $k \in \mathbb{Z}$, akibatnya

$f_0 g_0 = k$ dan $f_0 g_1 = k$ sehinnga $f_0 g_0 = f_0 g_1$, menggunakan hukum pembatalan,maka $f_0 = f_1$, sehingga

$f = g_1 + g_1 x = g_1(1+x) \in \langle x+1 \rangle$

$\therefore \langle x+1 \rangle$ ideal prima pada $\mathbb{Z}[x]$

Akan dibuktikan bahwa $\langle x+1 \rangle$ belum tentu ideal prima pada $\mathbb{Z}_n[x]$

Misalkan diberikan galanggang $\mathbb{Z}_{20}[x]$, akan diberikan contoh penyangkal bahwa $\langle x+1 \rangle$ bukan ideal prima pada $\mathbb{Z}_{20}[x]$

Pilih $f = 10$ dan $g = 2$, akibatnya $f.g = 0 \in \langle x+1 \rangle$, tetapi $10 \notin \langle x+1 \rangle$ dan $2 \notin \langle x+1 \rangle$

SIMPULAN DAN SARAN

Pembahasan diatas dapat disimpulkan bahwa ideal prima pada gelanggang polinom bilangan bilangan bulat atau $\mathbb{Z}[x]$ belum tentu ideal prima pada gelanggang polinom bilangan bulat modulo $n$atau $\mathbb{Z}_n[x]$, sehingga dari pembahasan yang telah dipaparkan bahwa sifat-sifat ideal prima pada gelanggang polinom adalah

1. $\langle x \rangle$ ideal prima pada $\mathbb{Z}[x]$ tetapi belum tentu ideal prima pada $\mathbb{Z}_n[x]$
2. $\langle x+1 \rangle$ ideal prima pada pada $\mathbb{Z}[x]$ tetapi belum tentu ideal prima pada $\mathbb{Z}_n[x]$

Saran dalam penelitian ini agar sifat-sifat yang telah dibahas dapat diperumum kembali dan mencari ideal-ideal lainnya seperti ideal utama maupun ideal maksimal pada $\mathbb{Z}[x]$ atau pun pada $\mathbb{Z}_n[x]$.

DAFTAR PUSTAKA

Amir, A.K. (2012). *Struktur Ideal Prima dan Gelanggang Faktor dari Gelanggang Polinom Miring atas Daerah Dedekind*.

Amir, K Amir. (2010). Ideal Maksimaldan Ideal Primadari Gelanggang Polinom Miring Atas Daerah Bilangan Bulat Gauss,Makara Sains, Vol. 14, No. 2, 184-187.

Fraleigh, J.B. (2013). *A First Course in Abstract Algebra* (7th ed). United Kingdom: Pearson Education Limited.

Hidayat, Noor. (2017). *Cara Mudah Memahami Sturuktur Aljabar*, Penerbit Universitas Brawijaya Press, Malang.

Maulana, F.,Wardhana, I. G. A.W., Switrayni, N. W. (2019). *Ekivalensi Ideal Hampir Prima dan Ideal Prima pada Galanggang Bilangan Bulat Gauss, Eigen Mathematics Journal, 1(1),* 1.

Rosen, K. (1983). *Elementary Number Theory And Its Applications, ADSION-WESLEY Publishing Company.*

Rotman, Joseph J. (2015). *A First Course In Abstract Algebra With Applications, Third Edition*. University of Illinois

Wardhana, I.G.A.W., Astuti, P. (2014). *Karakteristik Submodul Prima Lemah dan Submodul Hampir Prima Pada* $\mathbb{Z}$*-modul* $\mathbb{Z}_n$.

Wardhana, I.G.A.W., Switrayni, N.W., Aini, Q. (2018). *Submodul Prima Lemah dan Submodul Hampir Prima Pada* $\mathbb{Z}$*-modul* $M_{2\times 2}(\mathbb{Z}_9)$. Eigen Mathematics Journal, Volume 2 No 1: 28-30.